

АНОТАЦІЯ ДИСЦИПЛІНИ

«ВАРІАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ ТА МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ»

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)
Спеціальність – 121 Інженерія програмного забезпечення
Галузь знань – 12 Інформаційні технології

I. Мета та зміст навчальної дисципліни

Чому фахівці з різних галузей змушені вдаватися до математичних методів оптимального керування, зокрема методів варіаційного числення? Як від суто прикладної задачі перейти до її математичної моделі і як після розв'язання моделі повернутися назад? Наскільки адекватна отримана модель реальному об'єкту? Які класи варіаційних задач зустрічаються на практиці? Які проблеми виникають при дослідженні функціоналів на екстремум і як їх вирішувати? У чому суть методу варіацій і прямих методів варіаційного числення? На ці і багато інших близьких питань бакалаври спеціальності *Інженерія програмного забезпечення* отримують відповіді у курсі «Варіаційне числення і методи оптимізації». Гармонійне поєднання в цьому курсі математичного аспекту (теорія оптимізації) з прикладним (дослідження операцій) робить його однаково привабливим як для теоретиків, так і для практиків.

Мета викладання дисципліни. Ознайомити здобувачів освіти з основами класичного варіаційного числення і основним арсеналом методів оптимізації. Сформувати у них кругозір щодо застосування цих методів для математичного моделювання прикладних задач з різних галузей людської діяльності поза математикою.

Завдання вивчення дисципліни. Здобувач освіти повинен засвоїти основні поняття теорії оптимізації, як поняття локального і глобального екстремумів функцій від багатьох змінних та тісно пов'язаного з ними поняття диференціалу функції, та розуміти як ці поняття узагальнюються на випадок функціоналів (сильний і слабкий екстремуми, диференціали Фреше і Гато, перша і друга варіації за Лагранжем) і як їх використати в рамках методу варіацій для отримання необхідних та достатніх умов екстремуму функціоналів варіаційних задач. Важливо виробити вміння знаходити екстремали варіаційних задач як розв'язки відповідних крайових задач і аналізувати, чи вони реалізують екстремуми цільових функціоналів. З іншого боку, важливо розуміти потребу в застосуванні прямих методів варіаційного числення, що дозволяють розглядати варіаційну задачу як граничну для деякої задачі на екстремум функції від багатьох змінних

II. Перелік знань і умінь, яких набуде студент після опанування даної дисципліни:

Програмні результати навчання:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями;
- здатність до алгоритмічного та логічного мислення.

Перелік компетентностей, яких набуде студент після опанування даної дисципліни:

- знати як і де виникають оптимізаційні задачі, основні етапи їх математичного моделювання і основні принципи їх ефективної формалізації;
- будувати математичну модель прикладної задачі операційного дослідження у вигляді оптимізаційної (в тому числі варіаційної) задачі;
- класифікувати оптимізаційні задачі в цілому і задачі варіаційного числення зокрема;

- розуміти математичний апарат варіаційного числення і теорії оптимізації, зокрема основні методи, які використовуються для дослідження на екстремум функцій і функціоналів;
- оцінювати ефективність застосування до конкретного класу екстремальних задач того чи іншого методу розв'язання;
- відомими математичними методами будувати оптимальний розв'язок прикладних оптимізаційних задач, пов'язаних з оптимізацією функцій і функціоналів;
- аналізувати і узагальнювати отримані в процесі розв'язування розрахунки, а також тлумачити їх з точки зору вихідної прикладної задачі.

III. Зміст дисципліни, що пропонується для вивчення студентами за модулями та

темами

Тема 1. Математичні моделі оптимізаційних задач. Процедура формалізації і класифікація оптимізаційних задач. Змістовні постановки і математичні моделі деяких прикладних оптимізаційних задач: задачі лінійного, дискретного і нелінійного планування, задачі варіаційного числення.

Тема 2. Основні леми варіаційного числення. Поняття про функціонал. Функціонали в лінійних нормованих просторах. Перша і друга варіації функціоналу за Лагранжем. Диференціали Фреше і Гато. Сильний і слабкий екстремуми функціоналу. Необхідні умови екстремуму функціоналу. Основні леми варіаційного числення.

Тема 3. Варіаційні задачі з фіксованими кінцями. Найпростіша задача варіаційного числення (задача Лагранжа із закріпленими кінцями). Рівняння Ейлера-Лагранжа. Інтеграл імпульсу та енергії. Узагальнення найпростішої варіаційної задачі: у просторі вектор-функцій (система рівнянь Ейлера-Лагранжа), зі старшими похідними (рівняння Ейлера-Пуассона), з частинними похідними (рівняння Ейлера-Остроградського).

Тема 4. Варіаційні задачі з вільними кінцями Задача Больца. Умови трансверсальності. Елементарна задача варіаційного числення (задача Лагранжа з вільними кінцями). Природні крайові умови. Узагальнення задачі Больца.

Тема 5. Варіаційні задачі з рухомими межами. Задачі Больца і Лагранжа на множині функцій з вільними межами. Задачі Лагранжа і Больца на множині функцій з рухомими межами.

Тема 6. Варіаційні задачі на умовний екстремум. Ізопериметричні задачі. Задача Лагранжа з неголономними зв'язками. Принцип невизначених множників Лагранжа. Ламані екстремалі. Умови Веерштраса-Ердмана. Задачі про відбиття і заломлення екстремалей. Односторонні варіації.

Тема 7. Умови екстремуму другого порядку. Необхідні умови екстремуму другого порядку: умови Лежандра і Якобі. Достатні умови слабого екстремуму найпростішої варіаційної задачі. Умова Веерштраса. Голкові варіації. Достатні умови сильного екстремуму найпростішої варіаційної задачі. Необхідні та достатні умови екстремуму другого порядку для інших варіаційних задач.

Тема 8. Методи скінченновимірної оптимізації. Геометричне тлумачення і графічний метод розв'язування оптимізаційних задач на площині. Необхідні й достатні умови екстремуму функцій від багатьох змінних. Екстремальні задачі з обмеженнями типу рівностей (і нерівностей). Метод невизначених множників Лагранжа. Прямі методи варіаційного числення.

ПОГОДЖЕНО

Гарант освітньо-професійної програми
«Інженерія програмного забезпечення»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
завідувач кафедри КТМ, д.т.н., професор



Ніконов О.Я.