Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ
«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»
для студентів напряму підготовки
12 Інформаційні технології

Харків
2017

Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ
«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»
для студентів напряму підготовки
12 Інформаційні технології

затверджено методичною
радою університету,
протокол № __ від __.__. 2016

Харків
ХНАДУ
2017

Укладач: Подоляка О.О.

Кафедра Комп'ютерних технологій і мехатроніки

ЗМІСТ

Вступ 5
1. Постановка задачі......6
2. Індивідуальні завдання 5
3. Приклад виконання курсової роботи 6
3.1. Побудова математичної моделі задачі ЛП......6
3.2. Графічний метод розв'язання задачі ЛП 7
3.3. Симплекс-метод......8
3.4. Аналіз математичної моделі на чутливість за оптимальною симплекс-таблицею 9
3. 5. Двоїста задача ЛП 11
3.6. Аналіз математичної моделі на чутливість з використанням співвідношень двоїстості......13
3.6.1. Зміна умов задачі, що впливають на допустимість рішення 13
3.6.2. Зміна умов задачі, що впливають на оптимальність рішення 14
4. Вказівки щодо оформлення......17
5. Бібліографічний список 19

ВСТУП

Дослідження операцій (від англ. Operations Research) – дисципліна, що займається розробкою і застосуванням методів знаходження оптимальних рішень на основі математичного моделювання, статистичного моделювання та евристичних підходів в різних областях людської діяльності.

Курсова робота з дослідження операцій дозволяє виконати основні завдання дисципліни: попереднє кількісне обґрунтуванням оптимальних рішень, набуття навичок практичного використання інструментальних засобів програмування в інформаційних системах.

Найбільш поширеними задачами оптимізації є задачі лінійного програмування (ЗЛП). Весь процес вирішення задачі представляється у вигляді наступних етапів:

1. Вивчення об'єкта.
2. Описове моделювання – встановлення основних зв'язків і залежностей між характеристиками процесу з точки зору оптимізуємого критерію.
3. Математичне моделювання – переклад описової моделі на формальну математичну мову.
4. Вибір (або створення) методу розв'язання задачі.
5. Вибір або написання програми для розв'язання задачі на ЕОМ.
6. Рішення задачі на ЕОМ.
7. Аналіз отриманого рішення.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Змістовна постановка задачі: виготовлення продукції двох видів (П1і П2) вимагає використання двох видів сировини (ресурсів S1 і S2). Запаси сировини кожного виду обмежені, кількісні дані наведені в таблиці 1, де зазначено, скільки одиниць сировини необхідно для виготовлення одиниці кожного з видів продукції. Необхідно знайти оптимальний план випуску продукції, що забезпечить максимальний прибуток.

Таблиця 1

Вихідні дані задачі

види сировини	запаси сировини	види продукції	
		$П_1$	$П_2$
S_1	b_1	a_{11}	a_{12}
S_2	b_2	a_{21}	a_{22}
Дохід		c_1	c_2

По описовій моделі (змістовній постановці задачі):

1. Побудувати математичну модель ЛП (цільову функцію та обмеження завдання);
2. Вирішити вихідну задачу графічним методом.
3. Вирішити вихідну задачу симплекс-методом.
4. Провести аналіз математичної моделі на чутливість за оптимальною симплекс-таблицею.
5. Побудувати двоїсту задачу.
6. Вирішити двоїсту задачу симплекс-методом.
7. Провести аналіз математичної моделі на чутливість з використанням співвідношень подвійності.
8. Розробити програму для вирішення вихідної задачі ЛП в середовищі програмування C# (C ++).
9. Отримане рішення перевірити за допомогою надбудови Пошук рішення в пакеті MS Excel.

2. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Номер варіанта N збігається з порядковим номером студента в журналі академічної групи. Студенти заочного навчання вибирають номер варіанта за сумою двох останніх цифр залікової книжки. Значення коефіцієнтів умови задачі, відповідно до номеру варіанта, вибираються з таблиць. Для варіантів з 1 по 10 з таблиці 2, для варіантів з 11 по 20 з таблиці 3.

Таблиця 2

Початкові дані для варіантів з 1 по 10

N вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c1	3	1	1	2	3	2	1	3	2	4
c2	2	1	4	2	2	1	2	4	3	5
a11	1	2	3	3	1	3	3	1	1	1
a12	2	1	2	1	1	4	1	1	1	2
b1	6	6	12	3	4	24	6	6	7	8
a21	2	1	1	3	4	2	1	2	2	4
a22	1	2	2	2	1	1	1	1	1	3
b2	8	6	6	12	8	8	5	8	10	24

Таблиця 3

Початкові дані для варіантів з 11 по 20

N вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c1	3	1	1	2	3	2	1	3	2	4
c2	2	1	4	2	2	1	2	4	3	5
a11	2	1	2	1	1	4	1	1	1	2
a12	1	2	3	3	1	3	3	1	1	1
b1	6	6	12	3	4	24	6	6	7	8
a21	1	2	2	2	1	1	1	1	1	3
a22	2	1	1	3	4	2	1	2	2	4
b2	8	6	6	12	8	8	5	8	10	24

3. ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

3.1. Побудова математичної моделі задачі ЛП

для побудови математичної моделі необхідно:

1. Всі умови задачі записати у вигляді відповідної системи обмежень.
2. Критерій записати у вигляді функції, званої цільової.

Рішення задачі оптимізації полягає в знаходженні на множині розв'язків системи обмежень максимального (max) або мінімального (min) значення цільової функції.

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j ;$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \\ x_j \ge 0, i = 1...m, j = 1...n. \end{cases}$$

Наприклад, вихідна задача. Виготовлення продукції двох видів (П1і П2) вимагає використання двох видів сировини (ресурсів) (S1 і S2). Запас сировини кожного виду обмежений (кількісні дані наведені в табл. 4). У таблиці 4 зазначено, скільки одиниць сировини необхідно для виготовлення одиниці кожного з видів продукції.

Таблиця 4

Вихідні дані розглянутої завдання

види сировини	запаси сировини	види продукції	
		$П_1$	$П_2$
S_1	18	2	3
S_2	14	2	1
Дохід		7 г.о.	5 г.о.

Потрібно скласти такий план випуску продукції, при якому прибуток підприємства від реалізації був би максимальним.

Математичну модель задачі можна сформулювати так: нехай X1 і X2 - число одиниць продукції відповідного виду П1 і П2.

Запаси сировини обмежені величинами 18 і 14 одиниць, тобто система обмежень на запаси сировини має вигляд:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 18 \\ 2x_1 + x_2 \le 14 \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Цільова функція включає в себе суму доходів від реалізації продукції обох видів, $z = 7x_1 + 5x_2$. Цільова функція підлягає максимізації.

3.2. Графічний метод розв'язання задачі ЛП

Графічний метод рішення полягаєв побудові області допустимих рішень відповідної системі обмежень і призначений для вирішення завдань з двома змінними. Для знаходження оптимальної точки будуються прямі, відповідні цільової функції при різних зростаючих значеннях (завдання max) або відбувають значеннях (завдання min). Остання точка, яку проходить пряма, виходячи за область допустимих рішень, і буде оптимальною (рис. 1). Для розглянутого прикладу:

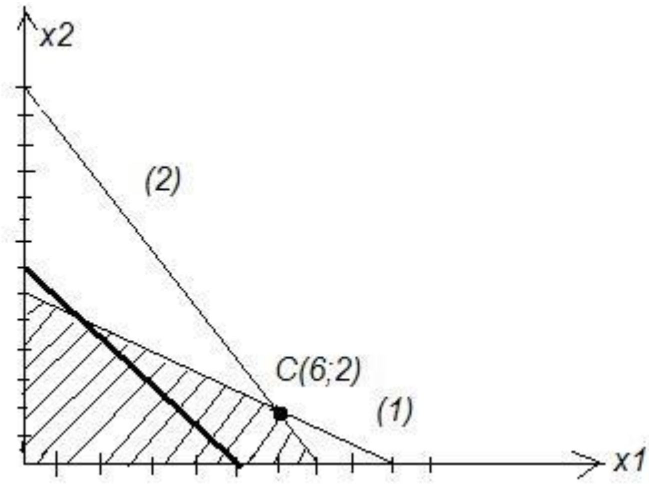

Рисунок 1 - Побудова графіка функцій

Щоб знайти координати точки С – оптимальної точки, необхідно розв’язати систему обмежень:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 18 \\ 2x_1 + x_2 = 14 \end{cases};$$

$$x_1 = 6, x_2 = 2.$$

Таким чином, цільова функція досягає свого максимального значення в т. С(6; 2). При цьому $z = 7x_1 + 5x_2 = 7 \cdot 6 + 5 \cdot 2 = 42 + 10 = 52$ г. о. Підприємству потрібно виробляти продукцію першого виду в розмірі 6 одиниць, другого виду 2 одиниць, щоб дохід підприємства від реалізації продукції був максимальним і склав 52 г. о.

3.3. Симплекс-метод

Для вирішення задач ЛП з великою кількістю змінних використовується більш загальний алгебраїчний метод, званий симплекс-методом. Перш ніж перейти до вирішення задачі симплекс-методом, необхідно привести математичну модель до стандартної форми.

Max $z = 7x_1 + 5x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + s_1 = 18 \\ 2x_1 + x_2 + s_2 = 14 \end{cases},$$

x_1, X2, s1, s2> = 0; s1, s2 – залишкові змінні.

Початковий базис: s1= 18, s2 = 14, при цьому початкове значення цільової функції на нульовій ітерації дорівнює нулю. Занесемо всі дані в симплекс-таблицю 5 і вирішимо задачу симплекс-методом.

Таблиця 5

0 ітерація

	X_1	X_2	S_1	S_2	Рішення
Z	-7	-5	0	0	0
S_1	2	3	1	0	18
S_2	2	1	0	1	14

X_1 – змінна, що включається, S_2 – змінна, що виключається.

Таблиця 6

1 ітерація

	X_1	X_2	S_1	S_2	Рішення
Z	0	-3/2	0	7/2	49
S_1	0	2	1	-1	4
X_1	1	1/2	0	1/2	7

X_2 – змінна, що включається, S_1 – змінна, що виключається..

Таблиця 7

2 ітерація

	X_1	X_2	S_1	S_2	Рішення
Z	0	0	3/4	11/4	52
X_2	0	1	1/2	-1/2	2
X_1	1	0	-1/4	3/4	6

Отримана симплекс таблиця 7 є оптимальною, оскільки в z-рядку немає непозитивних елементів. Отримане рішення: $X_1 = 6$, $X_2 = 2$, $Z = 52$.

Його можна перевірити, підставивши значення X1 і X2 в цільову функцію: $z = 7x_1 + 5x_2 = 7 \cdot 6 + 5 \cdot 2 = 52$. Таким чином, знайдено таке ж рішення, що і графічним методом. Підприємству потрібно виробляти продукцію першого виду в розмірі 6 одиниць, другого виду – 2 одиниці, щоб дохід підприємства від реалізації продукції був максимальним і склав 52 д. Е.

3.4. Аналіз математичної моделі на чутливість за оптимальною симплекс-таблицею

Це процес, в якому виявляється чутливість оптимального рішення до певних змін вихідної моделі: як вплине на оптимальне рішення зміна попиту і (або) запасів вихідних продуктів, зміна ринкових цін на одиницю продукції? Це надає моделі певну динамічність. Відсутність методів, що дозволяють виявити вплив можливих змін параметрів моделі на оптимальне рішення, може привести до того, що модель застаріє ще до своєї реалізації. За оптимальною таблицею можна отримати інформацію щодо:

1) оптимального рішення;
2) статусу ресурсів;
3) цінності ресурсів;
4) чутливості оптимального рішення до змін запасів ресурсів;
5) чутливості оптимального рішення до змін коефіцієнтів цільової функції.

Для розглянутого прикладу:

1. Оптимальне рішення: $X_1 = 6$ (од.) – план випуску продукції першого виду; $X_2 = 2$ (од.) – план випуску продукції другого виду. $Z = 52$ (г. о.) – максимальний дохід підприємства від реалізації продукції обох видів.

2. Статус ресурсів: $S_1 = S_2 = 0$, тобто обидва ресурси використані повністю, тому обидва ресурси дефіцитні.

3. Цінність ресурсу характеризується величиною поліпшення оптимального значення z, що припадає на одиницю приросту обсягу даного ресурсу. Цінність ресурсу можна визначити за значеннями коефіцієнтів при змінних початкового базису в z-рівнянні оптимальної симплекс-таблиці. Позначимо цінність першого ресурсу y_1, цінність другого ресурсу – y_2. Отже, для даного прикладу, $y_1 = 3/4$, $y_2 = 11/4$. Цінність другого ресурсу більше, значить, при вкладенні додаткових коштів на збільшення їх запасів слід віддати перевагу другому ресурсу, тобто другому виду сировини.

4. Для визначення інтервалу зміни запасу ресурсу, необхідно зробити нескладні обчислення. нехай Δ_1 – зміна запасу першого ресурсу, тоді Δ_1 повинна бути обмежена таким інтервалом значень, при яких виконується умова невід'ємності правих частин обмежень в оптимальній симплекс-таблиці.

Обмеження складаються таким чином: до коефіцієнтів стовпця «Рішення» оптимальної симплекс-таблиці додаються коефіцієнти S_1 стовпчика, оскільки саме ця змінна пов'язана з першим обмеженням, що характеризує перший ресурс.

$$\begin{cases} 2+1/2\Delta_1>=0 & 1/2\Delta_1>=-2 & \Delta_1>=-4 \\ 6-1/4\Delta_1>=0 & 1/4\Delta_1<=6 & \Delta_1<=24. \end{cases}$$

Тоді -4 <= Δ_1 <= 24. Мінімальний запас ресурсу: 18 – 4 = 14 (од.), Максимальний запас ресурсу: 18 + 24 = 42 (од.). При цьому значення цільової функції буде змінюватися відповідно до формули: 52 + 3 / 4Δ_1.

Нехай Δ_2- зміна запасу другого ресурсу.

$$\begin{cases} 2-1/2\Delta_2>=0 & 1/2\Delta_2<=2 & \Delta_2<=4 \\ 6+3/4\Delta_2>=0 & 3/4\Delta_2>=-6 & \Delta_2>=-8. \end{cases}$$

тоді -8<=Δ_2<= 4. Мінімальний запас другого ресурсу: 14 – 8 = 6 (од.), Максимальний запас другого ресурсу: 14 + 4 = 18 (од.).

5. Зміна коефіцієнтів цільової функції. Нехай δ_1- зміна коефіцієнта при x1. Оптимальні значення змінних залишатимуться незмінними при значенні δ_1, що задовольняє умові невід'ємності (задача на відшукання max) або умови не позитивності (задача на відшукання min) всіх коефіцієнтів при небазисних змінних в z-рівнянні. Для розглянутого прикладу:

$$\begin{cases} 3/4-1/4\delta_1>=0 & 1/4\delta_1<=3/4 & \delta_1<=3 \\ 11/4+3/4\delta_1>=0 & 3/4\delta_1>=-11/4 & \delta_1>=-11/3. \end{cases}$$

тоді -11/3 <= δ_1 <= 3. Мінімальний коефіцієнт при x_1: 7 – 11/3 = 10/3, максимальний коефіцієнт при x_1: 7 + 3 = 10. Хоча оптимальні значення змінних не зміняться, значення цільової функції буде змінюватися за формулою: 52 + 6δ_1. Нехай δ_2 – зміна коефіцієнта при змінній x_2, тоді відповідна система обмежень:

$$\begin{cases} 3/4+1/2\delta_2>=0 & 1/2\delta_2>=-3/4 & \delta_2>=-3/2 \\ 11/4-1/2\delta_2>=0 & 1/2\delta_2<=11/4 & \delta_2<=11/2. \end{cases}$$

тоді -3/2 <= δ_2 <= 11/2. Мінімальне значення коефіцієнта при x_2: 5 – 3/2 = 7/2, максимальне значення коефіцієнта при x_2: 5 + 11/2 = 21/2. Таким чином, знайдені min і max значення коефіцієнтів цільової функції, при яких оптимальні значення змінних залишаються незмінними, хоча значення цільової функції буде змінюватися за таким правилом: 52 + 2δ_2.

3. 5. Двоїста задача ЛП

Двоїста (зворотна) задача – це допоміжна задача ЛП, що формулюється за допомогою певних правил з умов вихідної або прямої задачі, приведеної до стандартної форми.

Таблиця 8

Формування двоїстої задачі

цільова функція прямої задачі	двоїста задача		
	цільова функція	обмеження	змінні
max	min	> =	Не обмеж. в знаку
min	max	<=	Не обмеж. в знаку

Пряма задача в стандартній формі: (max або min)

$$z=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_j,\ i=1\ldots m,\ \ j=1\ldots n,\ \ x_j \geq 0\,.$$

До складу n змінних включені залишкові і надлишкові змінні.

Двоїста задача: (max або min)

$$w=\sum_{i=1}^{m} b_i y_i$$

при обмеженнях:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \leq (\geq) c_i,\ j=1\ldots n, i=1\ldots m,$$

y_i – не обмежені в знаку.

Для розглянутого прикладу двоїста задача: min w = $18y_1 + 14y_2$, при обмеженнях:

$$\begin{cases} 2y_1 + 2y_2 >= 7 \\ 3y_1 + y_2 >= 5 \\ y_1 >= 0 \\ y_2 >= 0. \end{cases}$$

Задача може бути вирішена двоїстим симплекс-методом. Приведемо її до необхідного вигляду: min w = $18y_1 + 14y_2$

$$\begin{cases} -2y_1 - 2y_2 <= -7 \\ -3y_1 - y_2 <= -5 \end{cases}$$

Занесемо все дані до симплекс таблиці (табл. 9).

Таблиця 9

0 ітерація симплекс таблиці

	Y_1	Y_2	S_1	S_2	Рішення
w	-18	-14	0	0	0
S_1	-2	-2	1	0	-7
S_2	-3	-1	0	1	-5

S_1 – змінна, що виключається, y_2 – змінна, що включається.

Таблиця 10

1 ітерація симплекс таблиці

	Y_1	Y_2	S_1	S_2	Рішення
w	-4	0	-7	0	49
Y_2	1	1	-1/2	0	7/2
S_2	-2	0	-1/2	1	-3/2

S_2 – змінна, що виключається, y_1 – змінна, що включається.

Таблиця 11

2 ітерація симплекс таблиці

	Y_1	Y_2	S_1	S_2	Рішення
w	0	0	-6	-2	52
Y_2	0	1	-3/4	1/2	11/4
Y_1	1	0	1/4	-1/2	3/4

симплекс таблиця 11 оптимальна. Оптимальне рішення двоїстої задачі: $y_1 = 3/4$, $y_2 = 11/4$, $w = 52$. Max значення цільової функції вихідної задачі збігається з min значенням цільової функції двоїстої задачі: max z = min w = 52 г. о. А значення y_1 і y_2 є не що інше, як цінності ресурсів вихідної задачі.

3.6. Аналіз математичної моделі на чутливість з використанням співвідношень двоїстості

3.6.1. Зміна умов задачі, що впливають на допустимість рішення

3.6.1.1 зміна запасів ресурсів

Припустимо, що нові значення запасів ресурсів не (18 і 14 од.), а (14 і 20 од.), тоді:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2, -1/2 \\ -1/4, 3/4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 14 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-10 \\ -14/4+60/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 23/2 \end{pmatrix}$$

рішення неприпустиме. Щоб отримати нове допустиме рішення, потрібно скористатися подвійним симплекс-методом. Нове значення z при нових значеннях x_1 і x_2: $z = 7x_1 + 5x_2 = 7 \cdot 23/2 + 5 \cdot (-3) = 131/2$.

Таблиця 12

0 ітерація симплекс таблиці

	X_1	X_2	S_1	S_2	Рішення
z	0	0	3/4	11/4	131/2
X_2	0	1	1/2	-1/2	-3
X_1	1	0	-1/4	3/4	23/2

X_2 – змінна, що виключається, S_2 – змінна, що включається.

Таблиця 13

1 ітерація симплекс таблиці

	X_1	X_2	S_1	S_2	Рішення
z	0	11/2	14/4	0	49
S_2	0	-2	-1	1	6
X_1	1	3/2	1/2	0	7

Отримане рішення (табл. 13) і оптимальне, і допустиме. Таким чином, при нових значеннях запасів ресурсів підприємству слід виробляти продукцію першого виду в розмірі 7 одиниць, а продукцію другого виду не виробляти зовсім.

3.6.1.2 Додавання нового обмеження

Припустимо, що максимальний попит на продукцію першого виду не перевищує 5 одиниць, нове обмеження $x_1 <= 5$ при поточному вирішенні ($x_1 = 6$, $x_2 = 2$) не виконується, тому необхідно знайти нове допустиме рішення. Наведемо нове обмеження до стандартної форми: $X_1 + S_3 = 5$. У поточному розв'язку x_1 є базисною, тому необхідно виразити її через небазисні змінні з оптимальної симплекс-таблиці:

$$X_1 - 1/4S_1 + 3/4S_2 = 6,$$
$$X_1 = 6 + 1/4S_1 - 3/4S_2,$$
$$6 + 1/4S_1 - 3/4S_2 + S_3 = 5,$$
$$1/4S_1 - 3/4S_2 + S_3 = -1.$$

Права частина рівняння негативна, що свідчить про неприпустимість рішення. Модифіковане обмеження вводиться в симплекс таблицю для поточного оптимального рішення і вирішується двоїстим симплекс-методом.

Таблиця 14

0 ітерація симплекс таблиці

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Рішення
Z	0	0	3/4	11/4	0	52
X_2	0	1	1/2	-1/2	0	2
X_1	1	0	-1/4	3/4	0	6
S_3	0	0	1/4	-3/4	1	-1

S_3 – змінна, що виключається; S_2 – змінна, що включається.

Таблиця 15

1 ітерація симплекс таблиці

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Рішення
Z	0	0	9	0	11/3	145/3
X_2	0	1	-1	0	-4/6	8/3
X_1	1	0	2	0	1	5
S_2	0	0	-3	1	-4/3	4/3

$$Z = 7x_1 + 5x_2 = 7 \cdot 5 + 5 \cdot 8/3 = 145/3.$$

Отримане рішення (табл. 15) і оптимальне і припустиме. Таким чином, якщо стане відомо, що попит на продукцію першого виду не перевищує 5 одиниць, підприємству доцільно виробляти продукцію першого виду в розмірі 5 одиниць, другого виду 8/3 одиниць, щоб дохід від реалізації був максимальним і склав 145/3 г. о.

3.6.2. Зміна умов задачі, що впливають на оптимальність рішення

3.6.2.1 зміна коефіцієнтів цільової функції

Припустимо, що дохід від продажу продукції першого і другого видів змінився і став не (7 і 5), а (8 і 2) (г. о.) відповідно, тоді цільова функція матиме вигляд $z = 8x_1 + 2x_2$. Змінилися коефіцієнти при базисних змінних, значить необхідно отримати нові двоїсті оцінки:

$$\left(y_1, y_2\right) = \left(2,8\right) \times \begin{pmatrix} 1/2, -1/2 \\ -1/4, 3/4 \end{pmatrix} = \left(1-2, -1+6\right) = \left(-1,5\right);$$

x_1-коефіцієнт = $2y_1 + 2y_2 - 8 = -2 + 10 - 8 = 0$;

x_2-коефіцієнт = $3y_1 + y_2 - 2 = -3 + 5 - 2 = 0$;

s_1-коефіцієнт = -1;

s_2-коефіцієнт = 5.

Отримані дані занесемо в симплекс-таблицю для оптимального рішення і, застосувавши звичайний симплекс метод, знайдемо оптимальне рішення.

Таблиця 16

0 ітерація симплекс-таблиці

	X_1	X_2	S_1	S_2	Рішення
z	0	0	-1	5	52
X_2	0	1	1/2	-1/2	2
X_1	1	0	-1/4	3/4	6

X_2 – змінна, що виключається; S_1 – змінна, що включається.

Таблиця 17

1 ітерація симплекс-таблиці

	X_1	X_2	S_1	S_2	Рішення
z	0	2	0	4	56
X_2	0	2	1	-1	4
X_1	1	1/2	0	1/2	7

Таким чином, якщо дохід від продажу продукції зміниться і стане 8 і 2 г. о. відповідно, то вигідно виробляти продукцію першого виду в розмірі 7 одиниць, а другого виду не виробляти зовсім, при цьому дохід підприємства складе 56 г. о.

3.6.2.2 Додавання нового виду виробничої діяльності

Нехай підприємство збирається випускати третій (більш дешевий) вид продукції П3, який вимагає по 1/2 од. тих же видів сировини (S1 і S2). Прибуток, що отримується від реалізації 1 од. нової продукції дорівнює 3 г. о., тоді математична модель:

$$\text{Max } Z = 7x_1 + 5x_2 + 3x_3.$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 1/2x_3 <= 18 \\ 2x_1 + x_2 + 1/2x_3 <= 14 \end{cases}$$

обмеження двоїстої задачі, відповідне змінній x_3:

$$1/2y_1 + 1/2y_2 >= 3.$$

У вихідній таблиці x_3 розглядається як небазисна змінна, тому двоїсті оцінки залишаються незмінними.

z-коефіцієнт при x_3: $1/2y_1 + 1/2y_2 - 3 = 1/2 \cdot 3/4 + 1/2 \cdot 11/4 - 3 = -5/4$.

Стовпець при x_3 в оптимальному рішенні:

$$\begin{pmatrix} 1/2, -1/2 \\ -1/4, 3/4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 - 1/4 \\ -1/8 + 3/8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/4 \end{pmatrix}.$$

Додамо отримані значення до симплекс-таблиці для оптимального рішення:

Таблиця 18

0 ітерація симплекс-таблиці

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	Рішення
Z	0	0	-5/4	3/4	11/4	52
X_2	0	1	0	1/2	-1/2	2
X_1	1	0	1/4	-1/4	3/4	6

X_3 – змінна, що включається; X_1 – змінна, що виключається.

Таблиця 19

1 ітерація симплекс-таблиці

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	Рішення
Z	5	0	0	-1/2	26/4	82
X_2	0	1	0	1/2	-1/2	2
X_3	4	0	1	-1	3	24

S_1 – змінна, що включається; X_2 – змінна, що виключається.

Таблиця 20

2 ітерація симплекс-таблиці

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	Рішення
Z	5	1	0	0	6	84
S_1	0	2	0	1	-1	4
X_3	4	2	1	0	2	28

отримане рішення (табл. 20) оптимальне: $X_1 = X_2 = 0$; $X_3 = 28$; $Z = 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 3 \cdot 28 = 84$.

Таким чином, новий вид виробничої діяльності завжди покращує значення цільової функції. Підприємству вигідно виробляти тільки більш дешевий вид продукції П3 в розмірі 28 одиниць з доходом у 84 г. о.

4. ВКАЗІВКИ ЩОДО ОФОРМЛЕННЯ

Пояснювальна записка до курсової роботи повинна містити до 30 сторінок машинописного тексту формату А4 з малюнками і схемами.

Пояснювальна записка повинна містити в певній послідовності такі розділи:

- титульний аркуш;
- завдання на виконання курсової роботи;
- зміст (зміст);
- основна текстова частина;
- висновок;
- список використаної літератури;
- додаток у вигляді графіків, таблиць, лістингів програм і т.п., включення яких в основну текстову частину записки недоцільно.

Перший аркуш пояснювальної записки – титульний аркуш (це аркуш з номером 1, на ньому номер аркуша не проставляється). Решта аркушів, включаючи додаток, нумеруються наскрізною нумерацією.

У пояснювальній записці неприпустимо використання довільних скорочень слів і не загальноприйнятих слів, іноземного походження. У разі великої кількості використовуваних в тексті скорочень перед текстовою частиною роботи поміщається список скорочень з їх тлумаченням.

Правила оформлення текстового матеріалу курсової роботи наведені в таблиці 21.

Таблиця 21

Правила оформлення текстового матеріалу курсової роботи

Група	Зміст
Оформлення основного тексту	Формат сторінки- А4 (210х297 мм), без рамки, книжкова орієнтація, ліве поле - 30 мм, верхнє і нижнє поля - 20 мм, праве - 15 мм. Шрифт - Times New Roman, розмір - 14 pt, колір - чорний. Малі літери. вирівнювання - по ширині. Міжрядковий інтервал - полуторний. Абзацний відступ 1,25.
Нумерація сторінок	Арабські цифри, наскрізна нумерація по всьому тексту роботи. Перша сторінка- титульний лист не нумерується. Порядковий номер сторінки- нижнє поле сторінки, праворуч.
Оформлення заголовків розділів	Шрифт - Times New Roman, розмір - 14 pt, напівжирний, колір - чорний. Всі букви заголовка розділу ПРОПИСНІ. Вирівнювання - по центру. міжрядковий інтервал - одинарний. Точка, крапка в кінці заголовка не ставиться. Не підкреслюється. Перенесення слів не допускаються.

Оформлення заголовків підрозділів	Шрифт - Times New Roman, розмір - 14 pt, напівжирний, колір - чорний. Всі букви заголовка підрозділу, крім першої, рядкові. Вирівнювання - по центру. Інтервал перед підзаголовком і після нього - 12 pt. Точка, крапка в кінці заголовка не ставиться. Не підкреслюється. Перенесення слів не допускаються.
нумерація розділів і підрозділів	Нумерація розділів - арабські цифри, в межах всієї роботи. номер підрозділу складається з номерів розділу і підрозділу, між якими ставлять крапку.

Рисунки виконуються в графічних редакторах, сумісних з Word і розміщуються по тексту, нумеруються в межах розділу. Під малюнком по центру поміщається підпис (Наприклад, Рисунок 2.1 – Схема даних).

Таблицю озаглавлювати словом «Таблиця» з наступним за ним номером без крапки (нумерація виконується в межах розділу). Далі, після тире поміщається назва таблиці з великої літери, без заключної крапки, вирівнювання по центру (Наприклад, Таблиця 3.5 – Визначення витрат).

Алгоритм роботи програми, інструкція користувача, результати роботи програми наводяться у відповідному розділі пояснювальної записки, а лістинг програми і скріншоти рішення в пакеті MS Excel наводяться в додатку.

Можливий варіант користувальницького інтерфейсу для розв’язання задачі наведено на рисунку 2.

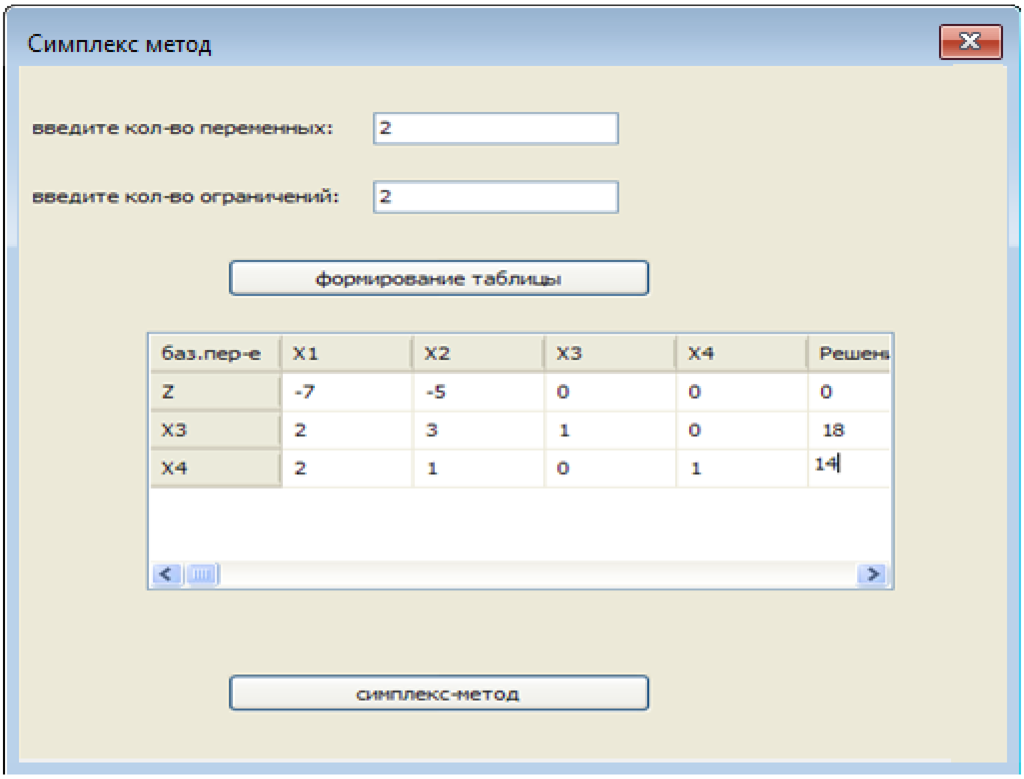

Рисунок 2 - Вихідні дані задачі ЛП

5. БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций. – М.: «Вильямс», 2005. – 912 с.
2. Красс, М. С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – М. : Дело, 2001.
3. Вагнер, Г. Основы исследования операций / Г. Вагнер. – М. : Мир, 1973.
4. Вукулов Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов Statistica и Excel: учебное пособие. – М.: Форум, 2008. – 464 с.
5. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория.М.: Айрис Пресс, 2002. – 245 с.
6. Исследование операций. Т. 1. Методологические основы и математические методы. Т. 2. Модели и применения. Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. – М.: Мир, 1981. – 456 с.
7. Карманов В. Г. Математическое программирование. – М.: Наука, 1975. – 312 с.
8. Костевич Л. С. Математическое программирование: Информационные технологии оптимальных решений. – Мн. : ООО "Новое знание", 2003. – 268 с.
9. Мину М. Математическое программирование. – М.: Наука, 1990. – 408 с.
10. Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971. – 230 с.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ
«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»

для студентів напряму підготовки
12 Інформаційні технології

Укладач: ПОДОЛЯКА Оксана Олександрівна

Відповідальний за випуск Д.М. Клец

В авторській редакції

Комп’ютерна верстка

План 2017. Поз. ___.
Підписано до друку __.__.2016 р. Формат 60х84 1/16. Папір газетний.
Гарнітура Times New Roman Cyr. Віддруковано на різографі.
Ум. друк. арк. ___. Обл.-вид. арк. ___. Зам. № ______. Тираж 50 прим. Ціна договірна

ВИДАВНИЦТВО
Харківського національного автомобільно-дорожнього університету
Видавництво ХНАДУ, 61002, м. Харків-МСП, вул. Петровського, 25.
Тел./факс: (057)700-38-64; 707-37-03,

Свідоцтво Державного комітету інформаційної політики, телебачення
та радіомовлення України про внесення суб’єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції, серія ДК № 89 від 17.04.2002 р.