

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних занять з дисципліни
«Основи метрології та вимірювальної техніки»

для студентів денної форми навчання у галузі знань

“Автоматизація та приладобудування”

зі спеціальності

"Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка"

2017 рік

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних занять з дисципліни
«Основи метрології та вимірювальної техніки»

для студентів денної форми навчання у галузі знань

15 “Автоматизація та приладобудування”

зі спеціальності

15 “Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка”

Затвержено методичною
радою механічного факультету,
протокол № 1 від 8. 09. 2017

2017 рік

УДК 621.317.08

*Обговорено та рекомендовано до затвердження на засіданні кафедри
МБЖД ХНАДУ*

Протокол № 1 від “ 27 ” 08. 2017 р.
(номер) (та дата протоколу)

Рецензенти:

О. М. Крюков, доктор технічних наук, професор
(Харківська академія національної гвардії України)

Р.Е. Пащенко, доктор технічних наук, професор
(Інститут радіофізики та електроніки НАНУ)

В.Д. Сахацький *Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни
«Основи метрології та вимірювальної техніки» - Харків: ХНАДУ, 2018. - 37 с.*

*В навчально-методичних вказівках викладено завдання для практичних
занять та методичні рекомендації щодо їх виконання для студентів
спеціальності "Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка"*

Іл. - 10 . Бібліогр. 15 найм.

Харків
ХНАДУ
2017

ВСТУП

Методичні вказівки до практичних занять з навчальної дисципліни «Основи метрології та вимірювальної техніки» складені відповідно до навчального плану підготовки бакалавра в галузі знань “Автоматизація та приладобудування” спеціальності "Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка"

Метою проведення практичних занять з навчальної дисципліни є: набуття студентом компетенції, знань, умінь і навичок для здійснення професійної діяльності за спеціальністю з урахуванням сучасних підходів та методів оцінювання похибок вимірювань, вибору комплексу нормованих метрологічних характеристик і засобів вимірювальної техніки (ЗВТ), методів розрахунку, корегування та оптимізації похибок ЗВТ, методів обробки результатів вимірювань.

Основними завданнями практичних занять з навчальної дисципліни є: формування у студентів знань та умінь, що забезпечують розв’язання професійних задач, які використовуються у метрології та інформаційно-вимірювальних пристроях і системах.

По завершенні практичних занять студенти повинні *вміти*:

- правильно вибирати ЗВТ та метод вимірювання фізичної величини в конкретних виробничих умовах з урахуванням заданої похибки вимірювання;
- здійснювати розрахунки похибок вимірювань при різноманітних методах вимірювань;

1. Завдання по темі «Основи теорії вимірювань» та методи їх вирішення

Завдання 1.1

Верхній кордон робочої смуги частот електронно-променевого осцилографа визначається спадом його амплітудно-частотної характеристики (тобто зменшенням чутливості каналу вертикального відхилення S_y при збільшенні частоти вхідної напруги відносно значення чутливості на постійному струмі $S_{y,0}$) на 3дБ. Виразить відповідну зміну чутливості δ_{S_y} у відсотках.

Метод вирішення завдання:

$$3 \text{ дБ} = 20 \lg S_{y,0} - 20 \lg S_y = 20 \lg(S_{y,0} / S_y);$$

$$\delta_{S_y} = (S_y - S_{y,0}) 100\% / S_{y,0} = [(S_y / S_{y,0}) - 1] 100\%;$$

$$S_y / S_{y,0} = 10^{-0,15} = 0,707946;$$

$$\delta_{S_y} \approx -29\%.$$

2. Завдання по темі «Класифікація похибок вимірювань» та методи їх вирішення

Загальні свідчення про числові характеристики статистичного розподілу.

Введемо в розгляд різні числові характеристики випадкових величин : математичне очікування, дисперсію, початкові і центральні моменти різних порядків. Кожній числовій характеристиці випадкової величини X відповідає її статистична аналогія. Для основної характеристики положення - математичного очікування випадкової величини - такою аналогією є середнє арифметичне наближених значень випадкової величини :

$$M^*[X] = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2.1)$$

де x_i - значення випадкової величини, спостереженої в i -му досліді, n - число дослідів. Цю характеристику ми надалі називатимемо середнім статистическим випадкової величини.

Згідно із законом великих чисел при досить великому n статистичне середнє може бути прийняте приблизно рівним математичному очікуванню. Подібні статистичні аналогії існують для усіх характеристик. Умовимося надалі ці статистичні аналогії позначати тими ж буквами, що відповідають числовим характеристикам, але забезпечувати їх значком *.

Розглянемо, наприклад, дисперсію випадкової величини.

$$D[X] = M[(X - m_x)^2]. \quad (2.2)$$

Якщо в цьому виразі замінити математичне очікування його статистичною аналогією - середнім арифметичним, ми отримаємо статистичну дисперсію випадкової величини X :

$$D^*[X] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x^*)^2}{n} \quad (2.3)$$

де $m_x^* = M^*[X]$ - статистичне середнє.

Аналогічно визначаються статистичні початкові і центральні моменти будь-яких порядків :

$$\alpha_s^*[X] = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^s}{n} \quad (2.4)$$

$$\mu_s^*[X] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x^*)^s}{n} \quad (2.5)$$

Неважко довести, що статистичний перший центральний момент завжди дорівнює нулю:

$$\mu_1^*[X] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x^*)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - m_x^* = m_x^* - m_x^* = 0$$

Співвідношення між центральними і початковими моментами також зберігаються:

$$\mu_2^* = D_x^* = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x^*)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - 2m_x^* \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + (m_x^*)^2 = \alpha_2^* - (m_x^*)^2 .$$

При дуже великій кількості дослідів обчислення характеристик по формулам (2.1- 2.5) стає надмірно громіздким, і можна застосувати наступний прийом: скористатися тими ж розрядами, які використовувалися для побудови статистичного ряду, і рахувати приблизно значення випадкової величини в кожному розряді постійним і рівним середньому значенню, яке виступає в ролі " представника" розряду. Тоді статистичні числові характеристики виражатимуться наближеними формулами:

$$m_x^* = M^*[X] = \sum_{i=1}^k \tilde{x}_i p_i^* , \quad (2.6)$$

$$D_x^* = D^*[X] = \sum_{i=1}^k (\tilde{x}_i - m_x^*) p_i^* , \quad (2.7)$$

$$\alpha_s^*[X] = \sum_{i=1}^k \tilde{x}_i^s p_i^* \quad (2.8)$$

$$\mu_s^*[X] = \sum_{i=1}^k (\tilde{x}_i - m_x^*)^s p_i^* \quad (2.9)$$

де x_i - "представник" 1-го розряду, p_i^* — частота 1-го розряду, k - число розрядів.

Як видно, формули (2.6 – 2.7) повністю аналогічні формулам, що визначають математичне очікування, дисперсію, початкові і центральні моменти переривчастої випадкової величини X , з тією тільки різницею, що замість вірогідності p в них стоять частоти p^* , замість математичного очікування m_x - статистичне середнє m_x^* , замість числа можливих значень випадкової величини - число розрядів.

Завдання 2.1

Часто при обчисленні відносної похибки δ користуються наближеною формулою, при цьому в знаменник замість істинного або дійсного значення вимірюваної величини підставляють вимірне значення. Отримане в результаті такого розрахунку значення відносної похибки δ' відрізняється від δ на «похибка похибки» $\delta_{\text{погр}}$. Висловіть $\delta_{\text{погр}}$ через δ .

Метод вирішення завдання:

$$\begin{aligned} \delta' &= \Delta / x = \Delta / (x_{\text{и}} + \Delta) = \delta / (1 + \delta); \\ \delta_{\text{погр}} &= (\delta' - \delta) / \delta = -\delta / (1 + \delta); \\ \delta_{\text{погр}} &\approx -\delta, \text{ оскільки } \delta \ll 1. \end{aligned}$$

Завдання 2.2

При вимірі величини x виникає систематична погрішність, відносне значення якої δ залишається постійним в усьому діапазоні вимірів. Вважаючи, що значення δ відоме, виведіть формулу для розрахунку скоректованого (вільного від вказаної погрішності) значення вимірюваної величини x' .

Метод вирішення завдання:

$$\Delta = x - x' = \delta x'; \quad x' = x / (1 + \delta).$$

Завдання 2.3

Вимірне значення опору $R = 100,0$ Ом. Межа відносної похибки виміру становить $\delta_{\text{п}} = 1,0$ %. Знайдіть інтервал, в якому повинно знаходитися $R_{\text{и}}$ - істинне значення опору.

Метод вирішення завдання:

$$\Delta = R - R_{\text{и}}; \quad R_{\text{и}} = R - \Delta; \quad -\Delta_{\text{п}} \leq \Delta \leq \Delta_{\text{п}};$$

$$R - \Delta_{\pi} \leq R_{\text{н}} \leq R + \Delta_{\pi};$$

$$\Delta_{\pi} \cong \delta_{\pi} R / 100 \% = 1,0 \text{ Ом};$$

$$99,0 \text{ Ом} \leq R_{\text{н}} \leq 101,0 \text{ Ом}.$$

Завдання 2.4

Випадкова похибка має нормальний розподіл з параметрами $m = -2,5 \text{ Ом}$, $\sigma = 3,2 \text{ Ом}$. Визначити її математичне сподівання, стандартне відхилення і дисперсію, Записати розподіл похибки.

Метод вирішення завдання:

1. Відповідно до означення параметр m нормального розподілу є математичним сподіванням похибки, тому $m_x = -2,5 \text{ Ом}$.
2. Відповідно до означення параметр σ нормального розподілу є стандартним відхиленням похибки, тому $\sigma_x = 3,2 \text{ Ом}$.
3. Дисперсія похибки дорівнює квадрату стандартного відхилення, тобто $D_x = \sigma_x^2 = 3,2^2 = 10,24 \text{ Ом}^2$.
4. Вираз для густини розподілу:

$$p(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Delta - m)^2}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{3,2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Delta + 2,5)^2}{20,48}\right) \frac{1}{\text{Ом}}, \quad -\infty < \Delta < +\infty$$

3. Завдання по темі « Закони розподілу випадкових величин та визначення похибок » та методи їх вирішення

Загальні свідчення. Простий статистичний ряд є первинною формою запису статистичного матеріалу. Одним із способів його обробки є побудова статистичної функції розподілу випадкової величини. Статистичною функцією розподілу випадковою величини X називається частота події $X < x$ в даному статистичному матеріалі:

$$F^*(x) = P^*(X < x). \quad (3.1)$$

Для того, щоб знайти значення статистичної функції розподілу при цьому x , досить підрахувати число дослідів, в котрих величина X набула значення, меншого чим x , і розділити на загальне число n проведених дослідів. Статистична функція розподілу будь-якою випадковою величини (переривчастою або безперервною) - є переривчастою ступінчастою функцією, скачки якої відповідають наблюденним значенням випадкової величини і за величиною дорівнюють частотам цих значень. Якщо кожне окреме значення випадкової величини X було спостережено тільки один раз, стрибок

статистичної функції розподілу в кожному спостереженні рівний $\frac{1}{n}$, де n - число спостережень. При збільшенні числа дослідів n , згідно з теоремою Бернуллі, частота події $X < x$ наближається до вірогідності цієї події. Отже, при збільшенні n статистична функція розподілу $F^*(x)$ наближається до справжньої функції розподілу $F(x)$ випадкової величини X .

Завдання 3.1

Побудувати функцію розподілу дискретної випадкової величини X . Значення багаторазового вимірювання дискретної випадкової величини X , та частота появи цих значень P для варіанту N наведені у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Вхідні дані				
X	0	N/4	N/2	N
P	0,24	0,46	0,26	0,04

Метод вирішення завдання:

1. Для заданого варіанту визначити значення X .
2. Функція розподілу дискретної величини $F(x)$ з ростом X ступенчато зростає. При цьому для кожного наступного значення X її амплітуда збільшується на значення величини P для цього X . Визначити значення $F(x)$ для кожного X і результати розрахунку занести в таблицю 3.2.

Таблиця 3.2

Значення $F(x)$				
X				
F(x)				

3. Побудувати функцію розподілу $F(x)$.

Завдання 3.2

Випадкова величина β - кут ковзання літака в момент стрибка парашутиста. Зроблені 20 стрибків, в кожному з яких зареєстрований кут ковзання β в тисячних долях радіану. Результати спостережень зведені в простий статистичний ряд:

i	β_i	i	β_i	i	β_i
1	-20	8	-30	15	-10
2	-60	9	120	16	20
3	-10	10	-100	17	30
4	30	11	-80	18	-80
5	60	12	20	19	60
6	70	13	40	20	70
7	-10	14	-60		

Побудувати статистичну функцію розподілу для випадкової величини

) Під кутом ковзання мається на увазі кут, складений вектором швидкості і площиною симетрії літака

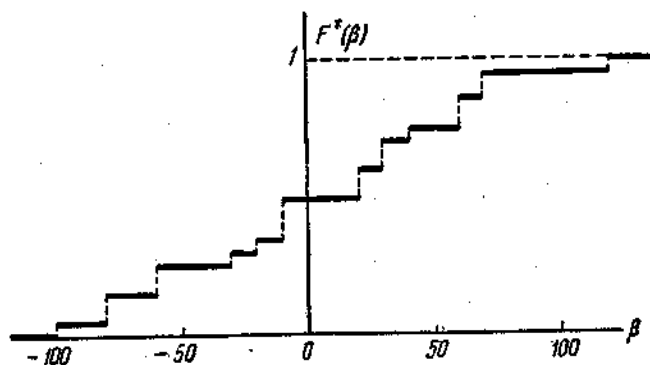


Рис. 7.2.1.

Метод вирішення завдання:

Оскільки найменше спостережене значення величини рівне - 100, то $F(-100) = 0$. Значення - 100 спостережено один раз, його частота рівна $\frac{1}{20}$; отже, в точці - 100 $F^*(\beta)$ має стрибок, рівний $\frac{1}{20}$. В проміжку від, - 100 до - 80

функція $F^*(\beta)$ має значення $\frac{1}{20}$; у точці - 80 відбувається стрибок функції $F^*(\beta)$ на $\frac{2}{20}$, оскільки значення - 80 спостережено двічі, і т. д.

Графік статистичної функції розподілу величини представлений на рисунку 7.2.1.

Статистичний ряд. Гістограма. Припустимо, що в нашому розпорядженні результати спостережень над безперервною випадковою величиною X , оформлені у виді простої статистичної сукупності. Розділимо увесь діапазон спостережених значень X на інтервали або "розряди" і підрахуємо кількість значень m_i , що доводиться на кожний i -й розряд. Це число розділимо на загальне число спостережень n і знайдемо частоту, яка відповідає цьому розряду:

$$p_i^* = \frac{m_i}{n}$$

Сума частот усіх розрядів, очевидно, має дорівнювати одиниці. Побудуємо таблицю, в якій приведені розряди в порядку їх розташування уздовж осі абсцис і відповідні частоти. Ця таблиця називається статистичним рядом:

I_i	$X_1; X_2$	$X_2; X_3$...	$X_i; X_{i+1}$...	$X_k; X_{k+1}$
P_i^*	P_1^*	P_2^*	...	P_i^*	...	P_k^*

Тут I_i — позначення i -го розряду; x_i, x_{i+1} — його границі; p_i^* — відповідна частота; k — число розрядів.

При угрупованні спостережених значень випадкової величини по розрядах виникає питання про те, до якого розряду віднести значення, що знаходиться в точності на межі двох розрядів. У цих випадках можна рекомендувати вважати це значення таким, що належить в рівній мірі до обох розрядів і додавати до чисел m_i цих розрядів по $1/2$. Загальне число розрядів раціонально вибрати близько 10 - 20.

Статистичний ряд часто оформлюється графічно у вигляді так званої гістограми.

Завдання 3.3

Зроблені 500 вимірів бічної помилки відхилення руху механізму від своєї траєкторії. Результати вимірів (у тисячних долях радіану) зведені в статистичний ряд:

I_i	-4;-3	-3;-2	-2;-1	-1;0	0;1	1;2	2;3	3;4
-------	-------	-------	-------	------	-----	-----	-----	-----

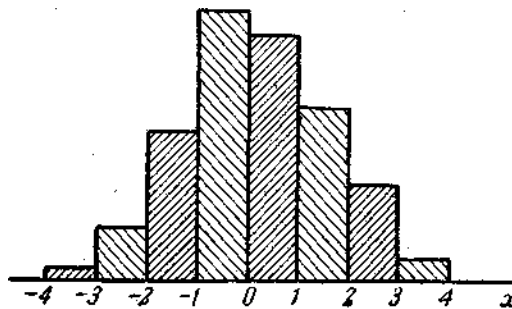
m_i	6	25	72	133	120	88	46	10
P^*_i	0,012	0,050	0,144	0,266	0,240	0,176	0,092	0,020

Тут l_i визначають інтервали значень похибки відхилення; m_i — число спостережень у цьому інтервалі, $P^*_i = m_i/n$ — відповідні частоти.

Побудувати гістограму.

Метод вирішення завдання:

Гістограма будується наступним образом. По осі абсцис відкладаються розряди, і на кожному з них будується прямокутник. Для побудови гістограми треба частоту кожного розряду розділити на його довжину і отримане число взяти як висоти прямокутника



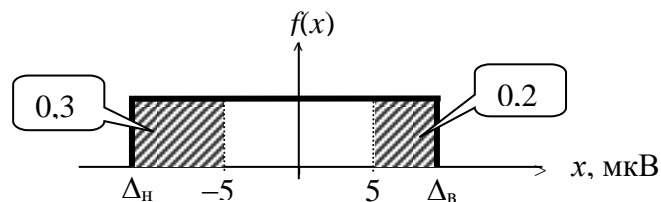
Завдання 3.4.

Випадкова погрішність Δ розподілена за законом рівномірної щільності. Відомі значення вірогідності двох подій - P_1 і P_2 .

$$P_1 = P(\Delta < -5 \text{ мкВ}) = 0,3; \quad P_2 = P(\Delta > 5 \text{ мкВ}) = 0,2.$$

Визначте значення дисперсії $D(\Delta)$ і вірогідність $P_3 = P(\Delta > 0)$.

Метод вирішення завдання:



щільність ймовірності $f(x) = \text{const} = 1 / (\Delta_B - \Delta_H)$;

$$P_1 = \int_{\Delta_H}^{-5 \text{ мкВ}} f(x) dx = (-5 \text{ мкВ} - \Delta_H) / (\Delta_B - \Delta_H);$$

Δ_B

$$P_2 = \int_{5 \text{ мкВ}} f(x) dx = (\Delta_B - 5 \text{ мкВ}) / (\Delta_B - \Delta_H);$$

$$P_1 + P_2 = (\Delta_B - \Delta_H - 10 \text{ мкВ}) / (\Delta_B - \Delta_H) = 1 - 10 \text{ мкВ} / (\Delta_B - \Delta_H);$$

$$\Delta_B - \Delta_H = 10 \text{ мкВ} / (1 - P_1 - P_2) = 20 \text{ мкВ};$$

$$\Delta_B = P_2(\Delta_B - \Delta_H) + 5 \text{ мкВ} = 9 \text{ мкВ};$$

$$\Delta_H = -11 \text{ мкВ};$$

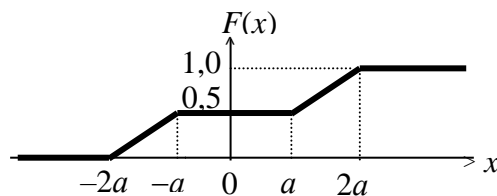
$$M(\Delta) = (\Delta_B + \Delta_H) / 2 = -1 \text{ мкВ};$$

$$D(\Delta) = (\Delta_B - \Delta_H)^2 / 12 \approx 33 \text{ мкВ}^2;$$

$$P_3 = \int_0^{\Delta_B} f(x) dx = \Delta_B / (\Delta_B - \Delta_H) = 0,45;$$

Завдання 3.5

Надано графік функції розподілу $F(x)$ випадкової величини X : Визначте вірогідність наступних подій :



$$P_1 = P(X \leq a), P_2 = P(0 \leq X \leq a), P_3 = P(X > 0), P_4 = P(X < 0), P_5 = P(X = 2a).$$

Знайдіть аналітичне вираження функції щільності вірогідності $f(x)$.

Визначте значення математичного очікування $M(X)$ і с.к.в. σ .

Метод вирішення завдання:

$$F(x) = P(X < x)$$

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1);$$

$$P_1 = 0,5;$$

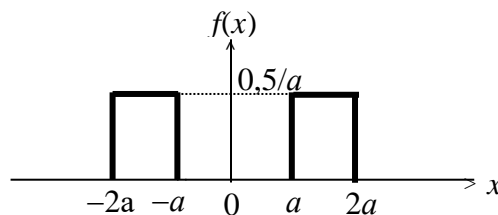
$$P_2 = 0;$$

$$P_3 = P(0 < X < +\infty) = F(+\infty) - F(0) = 0,5;$$

$$P_4 = P(-\infty < X < 0) = F(0) - F(-\infty) = 0,5;$$

$$P_5 = 0.$$

$$f(x) = dF/dx;$$



$$f(x) = 0 \text{ при } x < -2a, -a < x < a, x > 2a;$$

$$f(x) = 0,5 / a \quad \text{при } -2a \leq x \leq -a, a \leq x \leq 2a;$$

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = (0,5 / 2a) (a^2 - 4a^2 + 4a^2 - a^2) = 0;$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 f(x) dx = (0,5 / 3a) (-a^3 + 8a^3 + 8a^3 - a^3);$$

$$D(X) = 7a^2 / 3;$$

$$\sigma \approx 1,53a;$$

4. Завдання по темі «Числові характеристики суми незалежних похибок» та методи їх вирішення

Завдання 4.1

За допомогою аналогового вольтметра перевіряють стабільність джерела напруги, для чого роблять два виміри, розділені деяким проміжком часу, і обчислюють різницю отриманих значень $u = U_2 - U_1$. Єдиний істотній складовій погрішності виміру являється погрішність відліку.

Ціна ділення вольтметра $c_U = 0,05$ В/діл; відліки, зроблені за його шкалою, округляються до 0,1 ділення. Визначте довірчі інтервали абсолютної погрішності виміру u для двох значень довірчої вірогідності - $P_1 = 1$ і $P_2 = 0,99$.

Метод вирішення завдання:

$$\underline{P_1 = 1}$$

$$u = U_2 - U_1 = u_{\text{и}} + \Delta_{\text{отс2}} - \Delta_{\text{отс1}};$$

$$\Delta = \Delta_{\text{отс2}} - \Delta_{\text{отс1}};$$

$\Delta_{\text{отс1}}, \Delta_{\text{отс2}}$ — незалежні випадкові величини, які розподілені за законом рівномірної щільності на інтервалі

$$(-0,5q; +0,5q), \text{ где } q = 0,1 \text{ дел} \cdot c_U.$$

Інтервал розподілу Δ , $(\Delta_{\text{п.н}}, \Delta_{\text{п.в}})$ є довірчим інтервалом для $P_1 = 1$;

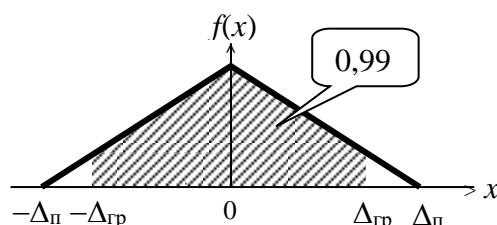
$$\Delta_{\text{п.н}} = -\Delta_{\text{п.в}} = -\Delta_{\text{п}};$$

$$\Delta_{\text{п}} = 2\Delta_{\text{отс.п}} = 2 \cdot 0,05 \cdot 0,05 \text{ В} = 0,0050 \text{ В};$$

Відповідь 1: $(-0,0050; +0,0050)$ В; $P = 1$.

$$\underline{P_2 = 0,99}$$

Δ розподілена по закону Сімпсона (трекутному);



$$P_2 = 1 - [(\Delta_{\text{п}} - \Delta_{\text{гр}}) / \Delta_{\text{п}}]^2 \text{ (площадь п'ятикутника);}$$

$$\Delta_{\text{гр}} = \Delta_{\text{п}} (1 - \sqrt{1 - P_2}) = 0,0045 \text{ В;}$$

$$\text{Відповідь 2: } (-0,0045; +0,0045) \text{ В; } P = 0,99.$$

Завдання 4.2

Погрішність виміру струму Δ є сумою п'яти незалежних випадкових складових $\Delta_1 \dots \Delta_5$, кожна з яких підкоряється закону рівномірної щільності розподілу. Інтервали розподілу $\Delta_1 \dots \Delta_5$ відповідно - $(-5,0; -3,0)$ мкА, $(-3,0; -1,0)$ мкА, $(-1,0; +1,0)$ мкА, $(+1,0; +3,0)$ мкА, $(+3,0; +5,0)$ мкА. Визначити довірчі інтервали Δ для двох значень довірчої вірогідності - $P_1 = 1$ і $P_2 = 0,99$.

Метод вирішення завдання:

$$\underline{P_1 = 1}$$

Інтервал розподілу Δ , $(\Delta_{\text{н}}, \Delta_{\text{в}})$, є довірчим інтервалом для $P_1 = 1$;

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{н}} &= \Delta_{\text{н1}} + \Delta_{\text{н2}} + \Delta_{\text{н3}} + \Delta_{\text{н4}} + \Delta_{\text{н5}} = \\ &= (-5,0 - 3,0 - 1,0 + 1,0 + 3,0) \text{ мкА} = -5,0 \text{ мкА,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{в}} &= \Delta_{\text{в1}} + \Delta_{\text{в2}} + \Delta_{\text{в3}} + \Delta_{\text{в4}} + \Delta_{\text{в5}} = \\ &= (-3,0 - 1,0 + 1,0 + 3,0 + 5,0) \text{ мкА} = 5,0 \text{ мкА.} \end{aligned}$$

Відповідь 1: $(-5,0; +5,0)$ мкА; $P = 1$.

$$\underline{P_2 = 0,99}$$

Закон розподілу Δ близьок до нормального з параметрами $M(\Delta)$ и σ ;

$$\Delta_{\text{н}} = M(\Delta) - z_p \sigma;$$

$$\Delta_{\text{в}} = M(\Delta) + z_p \sigma;$$

z_p — квантіль нормального розподілу,

$$z_p = 2,58 \text{ для } P = 0,99;$$

$$M(\Delta) = M(\Delta_1) + M(\Delta_2) + M(\Delta_3) + M(\Delta_4) + M(\Delta_5);$$

$$M(\Delta_i) = (\Delta_{\text{в}i} + \Delta_{\text{н}i}) / 2, \quad i = 1, 2, \dots, 5;$$

$$M(\Delta) = (-4 \text{ мкА}) + (-2 \text{ мкА}) + 0 + 2 \text{ мкА} + 4 \text{ мкА} = 0;$$

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2 + \sigma_5^2;$$

$$\sigma_i^2 = (\Delta_{\text{в}i} - \Delta_{\text{н}i})^2 / 12 = (1 / 3) \text{ мкА}^2, \quad i = 1, 2, \dots, 5;$$

$$\sigma = \sqrt{5/3} \text{ мкА} \approx 1,3 \text{ мкА};$$

$$\Delta_{\text{в}} = -\Delta_{\text{н}} \approx 3,3 \text{ мкА.}$$

Відповідь 2: $(-3,3; +3,3)$ мкА; $P = 0,99$.

5. Завдання по темі «Визначення методичних похибок» та методи їх вирішення

Завдання 5.1

У коло з опором R_k увімкнено амперметр. Загальний опір електричного кола становить $R_k = 50$ Ом, а опір амперметра $R_A = 0,5$ Ом. Показ амперметра $I_A = 2,4$ А. Оцінити відносну та абсолютну методичні похибки вимірювання струму, спричинені увімкненням у коло амперметра.

Метод вирішення завдання:

Якщо в коло увімкнено амперметр, то загальний опір кола збільшиться до $R_k + R_A$.

Внаслідок цього струм в колі зменшиться від значення $I_k = U / R_k$ до $I_A = U / (R_k + R_A)$.

Тоді відносна похибка, що зумовлена увімкненням амперметра

$$\delta = (I_A - I_k) 100\% / I_k = - 100\% / (R_k / R_A + 1)$$

Абсолютна методична похибка вимірювання струму

$$\Delta = I_A - I_k = - I_A R_A / R_k.$$

Використовуючи вхідні значення, отримуємо

$$\delta = - 100\% / (50 / 0,5 + 1) = -1,0 \%$$

$$\Delta = - 2,4 * 0,5 / 50 = -24 \text{ мА}.$$

Завдання 5.2

Резистор, опір якого вимагається виміряти, сполучений послідовно з мірою опору. Номінальне значення міри - $R_0 = 1$ кОм. Ланцюг, що утворився, підключений до джерела стабільного струму I . Вольтметром, вхідний опір якого $R_V = 100$ кОм, по черзі вимірюють падіння напруги на обох резисторах. Отримані значення - відповідно для вимірюваного опору і опору міри, $U = 3,5$ В и $U_0 = 0,5$ В.

Шукане значення обчислюють за формулою $R = R_0 U / U_0$, в якій не враховується кінцеве значення R_V , через що виникає методична погрішність δ_m .

Розрахуйте значення δ_m .

Метод вирішення завдання:

$R = 7$ кОм;

$$U = I R_{\text{н}} R_V / (R_{\text{н}} + R_V); \quad U_0 = I R_0 R_V / (R_0 + R_V);$$

$$R = R_{\text{н}} (R_0 + R_V) / (R_{\text{н}} + R_V);$$

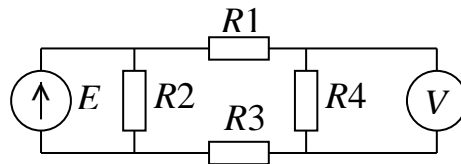
$$R_{\text{н}} = R_V R / (R_0 + R_V - R);$$

$$\delta_M = (R - R_{\text{н}}) 100 \% / R_{\text{н}} = (R / R_{\text{н}} - 1) 100 \% ;$$

$$\delta_M = (R_0 - R) 100 \% / R_V = - 6,0 \% .$$

Завдання 5.3

Виразить абсолютну погрішність взаємодії для представленої нижче схеми через опори резисторів R_1, R_2, R_3, R_4 , свідчення вольтметра U і його вхідний опір R_V .



Метод вирішення завдання:

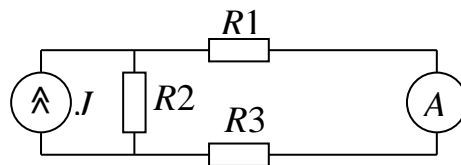
$$\Delta_{\text{вз}} = - U R_{\text{экв}} / R_V .$$

Для визначення вихідного опору еквівалентного джерела напруги слід замінити джерело ЕДС E коротким замиканням і вчислити опір ланцюга, що вийшов, між точками підключення вольтметра :

$$R_{\text{экв}} = (R_2 + R_3) R_4 / (R_2 + R_3 + R_4) .$$

Завдання 5.4

Виразить абсолютну погрішність взаємодії для представленої нижче схеми через опори резисторів R_1, R_2, R_3 , свідчення амперметра I і його вхідний опір R_A .



Метод вирішення завдання:

$\Delta_{\text{вз}} = - I R_A / R_{\text{экв}}$; для визначення вихідного опору еквівалентного джерела струму слід замінити джерело струму I розривом і вчислити опір ланцюга, що вийшов, між точками підключення амперметра : $R_{\text{экв}} = R_1 + R_2 + R_3$.

6. Завдання по темі «Інструментальні похибки» та методи їх вирішення

Завдання 6.1

Цифровий вольтметр класу точності 0,02/0,01 вимірює напругу 220В на межі $U_{\text{max}} = 10.000\text{В}$. Обчислити абсолютну похибку вимірювання. Записати результат вимірювання

Метод вирішення завдання:

Межа допустимої відносної похибки

$$\delta_{\text{осн.}\%} = \pm \frac{\Delta}{X} \cdot 100\% = \pm \left\{ C + d \left(\frac{X_{\text{max}}}{X} - 1 \right) \right\} = \pm \left\{ 0,02\% + 0,01\% \left(\frac{10^4}{220} - 1 \right) \right\} = \pm \{0,02 + 0,45\}\% = \pm 0,47\%$$

Абсолютна похибка вимірювання

$$\Delta = \frac{\delta_{\text{осн.}\%} \cdot X}{100\%} = \frac{0,47\% \cdot 220\text{В}}{100\%} = 1,03\text{В}$$

$$U = 220 \pm 1,03\text{В}$$

Завдання 6.2

Стрілочний вольтметр має шкалу 0 ÷ 300В, його клас точності 1,0.

З якою абсолютною похибкою можна виміряти на цьому приладі напругу 220В?

Метод вирішення завдання:

а) Клас точності 1,0 означає, що основна зведена похибка

$$\gamma = \pm 1,0\%$$

б) Основна зведена похибка визначається за формулою

$$\gamma = \pm \Delta / X_{\text{max}},$$

звідкіля абсолютна похибка

$$\Delta = \pm \gamma X_{\text{max}} / 100\%$$

$$\Delta = \pm \frac{1,0\% \cdot 300\text{В}}{100\%} = 3,0\text{В}$$

в) Результат вимірювання: $U = 220 \pm 3,0\text{В}$

Завдання 6.3.

Позначення класу точності k на шкалі омметра: $\overset{1,5}{\swarrow}$ шкалу відградувано в діапазоні 0... ∞ кОм; довжина шкали $L = 100$ мм; відстань між поділками шкали біля значення вимірюваного опору $l_x = 5$ мм; різниця відліків за цими поділками $R_x = 0,05$ кОм. Обчислити абсолютну похибку вимірювання.

Метод вирішення завдання:

Чутливість у точці відліку

$$S_x = l_x / R_x = 5 / 0,05 = 100 \text{ мм/кОм.}$$

Абсолютна похибка вимірювання

$$\Delta_R = \frac{kL}{100S_x} = \frac{1,5 \cdot 100}{100 \cdot 100} = 0,015 \text{ кОм.}$$

Завдання 6.4.

Стрілочний вольтметр має шкалу $0 \div 300V$, його клас точності 1,0.
З якою абсолютною похибкою можна виміряти на цьому приладі напругу 220В?

Метод вирішення завдання:

а) Клас точності 1,0 означає, що основна зведена похибка

$$\gamma = \pm 1,0 \%$$

б) Основна зведена похибка визначається за формулою

$$\gamma = \pm \Delta / X_{\max},$$

звідкіля абсолютна похибка

$$\Delta = \pm \gamma X_{\max} / 100\%$$

$$\Delta = \pm \frac{1,0\% \cdot 300V}{100\%} = 3,0V$$

в) Результат вимірювання: $U = 220 \pm 3,0V$

Завдання 6.5

Для вимірювання потужності представлено використовувати два прилади: перший прилад має клас точності $K_1 = 0,5 / 0,2$ і дозволяє вимірювати максимальну потужність $W_{H1} = 700 + 10N$, Вт. Другий прилад має клас точності $K_2 = 0,5 / 0,1$ і дозволяє вимірювати максимальну потужність $W_{H2} = 1000$, Вт. Треба обрати прилад, який забезпечує меншу похибку при вимірюванні потужності $W_{\text{вим}} = 500$ Вт.

Метод вирішення завдання:

1. Для визначення необхідного приладу необхідно знайти відносну похибку вимірювання для кожного приладу за формулою:

$$\delta_{\max} = [c + d (W_H / W_{\text{вим}} - 1)] \%,$$

де c та d – визначаються по класу точності приладу ($K = c / d$).

2. Знайти для кожного приладу значення $\delta_{1\max}$ і $\delta_{2\max}$.

3. Зрівняти результати відносної похибки вимірювання для кожного приладу і обрати найбільш точний прилад.

Завдання 6.6

Є три засоби вимірів: СИ1, СИ2, СИ3. Позначення їх класів точності, відповідно — 1,0; 0,2; 0,1/0,05. Представте для кожного з цих засобів вимірів вираження граничних значень основній абсолютній, основною відносною і основною приведеною погрешностей. При цьому значення вимірюваної величини позначте як x , а нормуюче значення як x_N .

Метод вирішення завдання:

$$\begin{aligned} \text{СИ1: } \Delta_{\text{о.п}} &= 0,01 x_N; \quad \delta_{\text{о.п}} = (x_N / x) \% ; \quad \gamma_{\text{о.п}} = 1,0 \% ; \\ \text{СИ2: } \Delta_{\text{о.п}} &= 0,002 x; \quad \delta_{\text{о.п}} = 0,2 \% ; \quad \gamma_{\text{о.п}} = (0,2 x / x_N) \% ; \\ \text{СИ3: } \Delta_{\text{о.п}} &= 0,0005 x + 0,0005 x_N; \\ \delta_{\text{о.п}} &= 0,1 \% + 0,05 \% \cdot [|x_N / x| - 1]; \\ \gamma_{\text{о.п}} &= (0,05 x / x_N + 0,05) \% . \end{aligned}$$

Завдання 6.7.

Вольтметр $V1$ класу точності 1,0 з діапазоном свідчень (0...100) В і вольтметр $V2$ класу точності 2,0 з діапазоном свідчень (- 50...50) В підключені до одного джерела напруги $U_{\text{н}}$. Виміри проводяться за нормальних умов, похибками відліку нехтують.

$U_1 = 45,6$ В і $U_2 = 47,5$ В - свідчення $V1$ і $V2$ відповідно.

Чи можна стверджувати, що хоч би один з вольтметрів не відповідає вказаному для нього класу точності?

Метод вирішення завдання:

$$\begin{aligned} \text{Ні, оскільки: } U_1 - U_2 &= (U_{\text{н}} + \Delta_1) - (U_{\text{н}} + \Delta_2) = \Delta_1 - \Delta_2; \\ -\Delta_{\text{о.п1}} - \Delta_{\text{о.п2}} &\leq \Delta_1 - \Delta_2 \leq \Delta_{\text{о.п1}} + \Delta_{\text{о.п2}}; \\ |U_1 - U_2|_{\text{max}} &= \Delta_{\text{о.п1}} + \Delta_{\text{о.п2}} = 0,01 \cdot 100 \text{ В} + 0,02 \cdot 50 \text{ В} = 2,0 \text{ В}; \\ |U_1 - U_2| &< |U_1 - U_2|_{\text{max}}. \end{aligned}$$

7. Завдання по темі «Похибки, які зведені до входу і виходу вимірювального приладу» та методи їх вирішення

Завдання 7.1

Напругу на виході подільника напруги 220В / 10В виміряли з похибкою 5 мВ. Визначити абсолютну похибку на вході подільника напруги.

Метод вирішення завдання:

Функція перетворення подільника напруги є лінійною і проходить через початок координат:

$$U_{\text{вих}} = K_{\text{п}} U_{\text{вх}},$$

де $K_{\text{п}}$ – коефіцієнт перетворення подільника.

Він обернений до коефіцієнта ділення $K_{\text{д}} = 200\text{В}/10\text{В} = 20$. Тому маємо:

$$K_{\text{п}} = 1 / K_{\text{д}} = 1 / 20 = 0,05.$$

Похибка на вході подільника напруги становить

$$\Delta_{\text{вх}} = \Delta_{\text{вих}} / K_{\text{п}} = 5\text{мВ} / 0,05 = 0,5 \text{ В}.$$

Завдання 7.2

Функція перетворення платінового терморезистивного перетворювача $R = R_{(\Theta)}$ (залежність вихідного опору R від температури Θ °C) описується виразом

$$R_{(\Theta)} = R_0 (1 + \alpha\Theta - \beta\Theta^2),$$

де R_0 – початковий опір при температурі $\Theta = 0^\circ \text{C}$,

$$R_0 = (50 + 5N) \text{ Ом},$$

$\alpha = 0,00397 \text{ 1/}^\circ \text{C}$ – постійний коефіцієнт,

$\beta = 5,8893 \cdot 10^{-7} \text{ 1/}^\circ \text{C}^2$ – постійний коефіцієнт.

Значення вихідного опору перетворювача $R_{\text{вих}} = 177.05 \text{ Ом}$ виміряли з похибкою $\Delta R_{\text{вих}} = 0,10 \text{ Ом}$.

Треба звести цю похибку до входу перетворювача.

Метод вирішення завдання:

1. За заданим варіантом визначити початковий опір R_0 .
2. Знайти значення крутості функції перетворення, яка є похідною від функції перетворення:

$$S = F'_{(x)} = R'_{(\Theta)} = R_0 (\alpha - 2\beta\Theta).$$

Оскільки крутість функції перетворення залежить від значення температури Θ , то необхідно спочатку знайти значення температури, яка відповідає вимірюванному значенню опору.

Для цього необхідно знайти вираз оберної функції перетворення перетворювача.

Для параболічної функції перетворення обернена функція перетворення має вигляд:

$$\Theta = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4\beta(R_{(\Theta)}/R_0 - 1)}}{2\beta}.$$

Оскільки виміряне значення опору $R_{\text{вих}}$ відповідає $R_{(\Theta)}$, то за допомогою цієї формули можна знайти температуру Θ і потім визначити значення крутості S .

3. Для абсолютної похибки виміру вихідного опору $\Delta R_{\text{вих}}$. Абсолютна похибка вимірювання опору, яка зведена до входу розраховується за формулою:

$$\Delta R_{\text{вх}} = \Delta R_{\text{вих}} / S.$$

8. Завдання по темі «Визначення похибок при багаторазовому вимірюванні» та методи їх вирішення

Завдання 8.1

При вимірі напруги джерела живлення отримані наступні результати, В: 9,78; 9,65; 9,83; 9,69; 9,74; 9,80; 9,68; 9,71; 9,81. Знайти результат і погрішність виміру напруги і записати в стандартній формі, якщо систематична погрішність відсутня, а випадкова розподілена за нормальним законом.

Метод вирішення завдання:

1. Знаходять середнє арифметичне і приймають його за результат виміру :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 9,7433B$$

2. Визначають СКО погрішності результату виміру :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 0,0215B$$

3. Визначають довірчий інтервал погрішності виміру.

Оскільки в даному завданні число вимірів $n < 20$, то довірчий інтервал визначається коефіцієнтом Стюдента $t(n, p)$. Задавшись вірогідністю 0,95 ($n=9$), знаходимо значення коефіцієнта Стюдента: $t=2,306$.

Межі довірчого інтервалу :

$$\Delta = \pm t\sigma_x = 0,0215 \cdot 2,306 = 0,0496 \approx 0,05 B.$$

Записують результат виміру згідно першої форми ГОСТ 8.011-72 :

9,74 В; від - 0,05 до 0,05 В; P = 0,95.

Завдання 8.2

Прямими вимірюваннями добуто три результати спостережень: $x_1 = 10,1$ В; $x_2 = 10,2$ В; $x_3 = 10,1$ В. Вважати, що систематичні похибки усунено; вимірювальний прилад — вольтметр класу точності 1,0 з одnobічною шкалою 0...30 В. Визначити найвірогідніше значення результату вимірювання та оцінити його точність.

Метод вирішення завдання:

Інструментальна похибка, що залежить від класу точності вимірювального приладу k та границі його шкали N і обчислюється за формулою:

$$\theta = kN/100.$$

Величина θ називається *межею невиключених залишків систематичних похибок*. Якщо таких залишків кілька $(\theta_1, \theta_2, \dots)$, то

$$\theta = 1,1 \sqrt{\sum_{i=1}^m \theta_i^2},$$

де θ_i — межа i -ї невиключеної систематичної похибки;

m — число цих похибок ($1 < m < 4$).

Формула відповідає ймовірності $P = 95\%$.

1. Обчислюємо систематичну похибку вольтметра класу точності 1,0

$$\theta = \frac{1 \cdot 30}{100} = 0,3 \text{ В.}$$

2. Знаходимо середнє значення результатів виміру

$$\bar{x} = 1/3 (10,1 + 10,2 + 10,1) = 10,133 \text{ 333 В.}$$

$$\bar{x} = 10,1$$

3. Визначаємо СКВ

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{3 \cdot 2} [(10,1 - \bar{x})^2 + (10,2 - \bar{x})^2 + (10,1 - \bar{x})^2]} = 0,033 \text{ 333 3.}$$

4. Визначаємо відношення $\theta / S_{\bar{x}}$, потім похибку, яка буде головною та результат вимірювання

$$\frac{\theta}{S_{\bar{x}}} = \frac{0,3}{0,033 \text{ 333 3}} \approx 9.$$

$$\Delta A \approx \theta = 0,3 \text{ В,}$$

$$X = (10,1 \pm 0,3) \text{ В.}$$

9. Завдання по темі «Обробка результатів непрямих вимірів з одноразовими спостереженнями» та методи їх вирішення

При непрямих вимірах, коли нам відомий зв'язок величини Y , що вимірюється, з величинами-аргументами прямих вимірів, тобто, (X_1, X_2, \dots, X_n) кожний з яких обважений абсолютною похибкою $(\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_n)$, тобто

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (9.1)$$

то абсолютна похибка ΔY може бути розрахована за формулами

$$\Delta Y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)^2 \cdot \Delta X_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)^2 \cdot \Delta X_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)^2 \cdot \Delta X_n^2}; \quad (9.2)$$

$$\Delta Y = \left| \frac{\partial f}{\partial X_1} \right| \cdot \Delta X_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial X_2} \right| \cdot \Delta X_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial X_n} \right| \cdot \Delta X_n. \quad (9.3)$$

Співвідношення (9.2) застосовують в тому випадку, коли виконуються дві умови. По-перше, похибки аргументів обумовлені багатьма факторами, серед яких немає переважного. По-друге, похибки аргументів статистично незв'язані (немає кореляції). Інакше користуються залежністю (9.3). Однак правило (9.3) часто дає збільшене значення похибки непрямих вимірювань. Взагалі вираз (9.3) дає верхню границю для похибок із довільним законом розподілу як при наявності, так й при відсутності статистичного зв'язку (кореляції).

Про ступінь кореляції можна судити, розрахувавши коефіцієнт кореляції:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^k (X_{1i} - \langle X_1 \rangle)(X_{2i} - \langle X_2 \rangle) \dots (X_{ni} - \langle X_n \rangle)}{(k-1)\Delta X_1 \Delta X_2 \dots \Delta X_n}, \quad (9.4)$$

де $\langle X \rangle$ – середнє значення;

ΔX – абсолютна похибка;

k – число прямих вимірювань.

Чим ближче ρ до одиниці, тим вище ступінь кореляції, при $\rho = 1$ існує абсолютний функціональний зв'язок між величинами X_n , при $\rho = 0$ величини X_n повністю незалежні одна від одної.

Завдання 9.1

Для визначення опору резистора виміряли падіння напруги на ньому $U = (32 \pm 2)$ В та струм $I = (2 \pm 0,1)$ А. Знайти значення опору та похибку виміру.

Метод вирішення завдання:

Опір $R = \frac{U}{I}$, тоді $R = 16$ Ом.

Для обчислення абсолютної похибки визначення опору $R = \frac{U}{I}$ знайдемо

$$\frac{\partial R}{\partial U} = \frac{1}{I} = 0,5 \frac{1}{\text{А}} \quad \text{та} \quad \frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{U}{I^2} = -8 \frac{\text{В}}{\text{А}^2}.$$

Якщо похибки вимірювання напруги і сили струму обумовлені впливом багатьох факторів (температура, внутрішні опори вольтметра і амперметра, електричні наводки, нестабільність джерела живлення та ін.), то при сумуванні похибок краще скористатися формулою (9.2):

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 \cdot \Delta I^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial U}\right)^2 \cdot \Delta U^2} = \sqrt{(-8)^2 \cdot 0,1^2 + 0,5^2 \cdot 2^2} = 1,28 \text{ Ом}$$

і відносна похибка становить

$$\partial_R = \frac{\Delta R}{R} \cdot 100 = \frac{1,28}{16} \cdot 100 = 8\%$$

Якщо ж похибки вимірювання напруги і сили струму обумовлені в основному випадковою зміною внутрішнього опору джерела живлення, то краще скористатися формулою (9.3):

$$\Delta R = \left|\frac{\partial R}{\partial I}\right| \cdot \Delta I + \left|\frac{\partial R}{\partial U}\right| \cdot \Delta U = |-8| \cdot 0,1 + |0,5| \cdot 2 = 1,8 \text{ Ом};$$

$$\partial R = \frac{\Delta R}{R} \cdot 100 = \frac{1,8}{16} \cdot 100 = 11,25\%$$

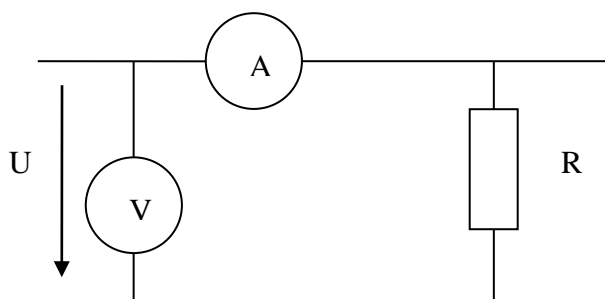
Завдання 9.2

Для заданого викладачем N знайти результат вимірювання опору R в електричній схемі при показаннях приладів :

$$U_{\text{вим}} = (50 + 5N) \text{ В};$$

$$I_{\text{вим}} = 1,0 \text{ А.}$$

У схемі вимірювання використовують вольтметр, шкала якого $U_H = 200 \text{ В}$, та амперметр, шкала якого $I_H = 2,0 \text{ А}$. Внутрішній опір амперметра $R_A = 1,0 \text{ Ом}$, вихідний опір вольтметра $R_V = 10,0 \text{ кОм}$, клас точності вольтметра $K_V = 1,0/0,5$, клас точності амперметра $K_A = 1,0$.



Вимірювальна схема

Метод вирішення завдання:

1. За заданим варіантом визначити напругу вимірювання $U_{\text{вим}}$.

2. Знайти, використовуючи вимірювальну схему методичну похибку вимірювання, яка визначається як $\Delta_{\text{мет}} = R_A$.
3. Визначити вимірювальний опір по формулі:

$$R_{\text{вим}} = U_{\text{вим}} / I_{\text{вим}} - \Delta_{\text{мет}}.$$

4. Знайти відносну похибку вимірювання струму за формулою:

$$\delta_I = K_A I_H / I_{\text{вим}}.$$

5. Знайти відносну похибку вимірювання напруги за формулою:

$$\delta_V = [c + d (U_H / U_{\text{вим}} - 1)] \text{ \%}.$$

6. Знайти відносну похибку вимірювання опору за формулою:

$$\delta_R = \sqrt{\delta_V^2 + \delta_I^2}.$$

7. Знайти абсолютну похибку вимірювання опору за формулою:

$$\Delta R = \delta_R R_{\text{вим}} / 100\%.$$

8. Результати вимірювання представити у вигляді:

$$R = R_{\text{вим}} \pm \Delta R.$$

Завдання 9.3

Послідовно з резистором включений амперметр класу точності 0,5 з діапазоном свідчень (0...5) А. Свідчення амперметра $I = 2,0$ А; істотна тільки основна погрішність приладу. Номінальне значення опору резистора $R = 1$ Ом; межа відносного відхилення реального опору, що допускається, від номінального $\delta_{R,\text{п}} = 0,5$ %. Визначите потужність розсіяння резистора $P_{\text{расс}}$. Представити результат у вигляді довірчого інтервалу для довірчої вірогідності $P = 1$.

Метод вирішення завдання:

$$P_{\text{расс}} = I^2 R = 4,000 \text{ Вт};$$

* 1-й спосіб

$$P_{\text{расс}} = I^2 R;$$

$$\Delta_{\text{п}} = \left| \partial P_{\text{расс}} / \partial I \right| \Delta_{I\text{п}} + \left| \partial P_{\text{расс}} / \partial R \right| \Delta_{R\text{п}};$$

$$\Delta_{I\text{п}} = \gamma_{\text{о.п}} (I_N / 100 \%) = 0,025 \text{ А};$$

$$\Delta_{R\text{п}} = \delta_{R\text{п}} (R / 100 \%) = 0,005 \text{ Ом};$$

$$\partial P_{\text{расс}} / \partial I = 2 I R = 4,000 \text{ В};$$

$$\partial P_{\text{расс}} / \partial R = I^2 = 4,000 \text{ А}^2;$$

$$\Delta_{\Pi} = 0,12 \text{ ВТ};$$

$$\text{Відповідь 1: } (4,00 \pm 0,12) \text{ ВТ}; P = 1.$$

* 2-й спосіб

$$P_{\text{расc}} = \prod_{i=1}^2 (a_i x_i^{b_i}); x_1 = I; x_2 = R; a_1 = a_2 = 1; b_1 = 2; b_2 = 1;$$

$$\delta_{\Pi} = |b_1| \delta_{1,\Pi} + |b_2| \delta_{2,\Pi} = 2 \delta_{I\Pi} + \delta_{R\Pi};$$

$$\delta_{I\Pi} = \gamma_{o,\Pi} (I_N / I) = 1,25 \%;$$

$$\delta_{\Pi} = 3,0 \%;$$

$$\Delta_{\Pi} = \delta_{\Pi} (P_{\text{расc}} / 100 \%) = 0,12 \text{ ВТ};$$

$$\text{Відповідь 2: } (4,00 \pm 0,12) \text{ ВТ}; P = 1.$$

Завдання 9.4

Необхідний електричний опір ланцюга у ряді випадків доводиться створювати тим або іншим з'єднанням двох і більше стандартних резисторів. Нехай є два резистори, R_1 і R_2 , з наступними номінальними значеннями опору і межами відносного відхилення реального опору, що допускається, від номінального: $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 3 \text{ кОм}$, $\delta_{R1\Pi} = 0,2 \%$, $\delta_{R2\Pi} = 1,0 \%$.

Визначите номінальні значення еквівалентних опорів R_{noc} і $R_{\text{пар}}$, що відповідають послідовному і паралельному з'єднанню резисторів R_1 і R_2 , і межу відносних відхилень реальних еквівалентних опорів від R_{noc} і $R_{\text{пар}}$.

Метод вирішення завдання:

Послідовне з'єднання

$$R_{\text{noc}} = R_1 + R_2 = 4 \text{ кОм};$$

$$\Delta_{\Pi} = \left| \frac{\partial R_{\text{noc}}}{\partial R_1} \right| \Delta_{R1\Pi} + \left| \frac{\partial R_{\text{noc}}}{\partial R_2} \right| \Delta_{R2\Pi};$$

$$\delta_{\Pi} = (\delta_{R1\Pi} R_1 + \delta_{R2\Pi} R_2) / R_{\text{noc}} = 0,8 \%.$$

Паралельне з'єднання

$$R_{\text{пар}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 0,75 \text{ кОм};$$

* 1-й спосіб

$$\Delta_{\Pi} = \left| \frac{\partial R_{\text{пар}}}{\partial R_1} \right| \Delta_{R1\Pi} + \left| \frac{\partial R_{\text{пар}}}{\partial R_2} \right| \Delta_{R2\Pi};$$

$$\delta_{\Pi} = \left(\left| \frac{\partial R_{\text{пар}}}{\partial R_1} \right| \delta_{R1\Pi} R_1 + \left| \frac{\partial R_{\text{пар}}}{\partial R_2} \right| \delta_{R2\Pi} R_2 \right) / R_{\text{пар}};$$

$$\frac{\partial R_{\text{пар}}}{\partial R_1} = [R_2 / (R_1 + R_2)]^2 = 9/16;$$

$$\frac{\partial R_{\text{пар}}}{\partial R_2} = [R_1 / (R_1 + R_2)]^2 = 1/16;$$

$$\delta_{\Pi} = 0,4 \%.$$

* 2-й спосіб

$$Y_{\text{пар}} = Y_1 + Y_2; Y_1 = 1 / R_1; Y_2 = 1 / R_2;$$

$$\delta_{Y_i \Pi} = \delta_{R_i \Pi}; i = 1, 2;$$

$$\Delta_{Y_{\text{пар.}\Pi}} = \Delta_{Y1\Pi} + \Delta_{Y2\Pi};$$

$$\Delta_{Y_i \Pi} = \delta_{Y_i \Pi} Y_i = \delta_{R_i \Pi} / R_i;$$

$$\delta_{\pi} = (\Delta_{Y1\pi} + \Delta_{Y2\pi}) / Y_{\text{пар}} = (\delta_{R1\pi} / R_1 + \delta_{R2\pi} / R_2) R_{\text{пар}} = 0,4 \%$$

Завдання 9.5

Кут зрушення фаз між двома синусоїдальними напругами вимірюється за допомогою електронно-променевого осцилографа методом еліпса. При цьому шуканий кут розраховується по формулі: $\varphi = \arcsin (H_1 / H_2)$, де H_1 - відстань між точками перетину еліпса з вертикальною січною, проведеною через центр еліпса, H_2 - висота прямокутника, в який вписується еліпс. Виміряні значення - $H_1 = 40$ мм, $H_2 = 50$ мм. Товщина променя осцилографа - $b = 1$ мм.

Вважаючи, що істотна тільки візуальна погрішність виміру (тобто погрішність виміру відстаней, граничне значення якій $\Delta_{в.п} = 0,4 \cdot b$), представити результат виміру кута зрушення фаз у вигляді довірчого інтервалу для довірчої вірогідності, рівної 1.

Метод вирішення завдання:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin (H_1 / H_2) \approx 0,9273 \text{ рад;} \\ \Delta_{\pi} &= \left| \partial\varphi / \partial H_1 \right| \Delta_{в1\pi} + \left| \partial\varphi / \partial H_2 \right| \Delta_{в2\pi}; \\ x &= H_1 / H_2; \\ \partial\varphi / \partial H_1 &= (\partial\varphi / \partial x) (\partial x / \partial H_1); \\ \partial\varphi / \partial H_2 &= (\partial\varphi / \partial x) (\partial x / \partial H_2); \\ \partial\varphi / \partial x &= (1 - x^2)^{-0,5} = 5/3 \text{ рад;} \\ \partial x / \partial H_1 &= 1 / H_2 = 0,02 \text{ мм}^{-1}; \\ \partial x / \partial H_2 &= -H_1 / H_2^2 = -0,016 \text{ мм}^{-1}; \\ \Delta_{в1\pi} &= \Delta_{в2\pi} = 0,4 \text{ мм;} \\ \Delta_{\pi} &= 0,024 \text{ рад;} \end{aligned}$$

$$\text{Відповідь: } (0,927 \pm 0,024) \text{ рад; } P = 1.$$

Завдання 9.6

Вимір коефіцієнта посилення підсилювача напруги K_U виконується за допомогою цифрового мілівольтметра; при цьому вимірюється напруга на вході і виході підсилювача - $U_{вх1}$, $U_{вх2}$, $U_{вих1}$, $U_{вих2}$, а значення K_U обчислюється за формулою: $K_U = (U_{вих1} - U_{вих2}) / (U_{вх1} - U_{вх2})$.

Виміряні значення напруги :

$$U_{вх1} = 200,0 \text{ мВ, } U_{вх2} = 100,0 \text{ мВ, } U_{вих1} = 605,3 \text{ мВ, } U_{вих2} = 305,3 \text{ мВ.}$$

Вважаючи, що істотна тільки погрішність квантування цифрового вольтметра (значення якої за абсолютною величиною не перевищує половини ступеня квантування), представити результат виміру коефіцієнта посилення у вигляді двох довірчих інтервалів для довірчої вірогідності, рівної 1 і 0,95.

Метод вирішення завдання:

$$\begin{aligned} K_U &= 3; \\ P &= 1 \end{aligned}$$

$$\Delta_{\Pi} = \left| \frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВХ1}}} \right| \Delta_{U_{\text{ВХ1}\Pi}} + \left| \frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВХ2}}} \right| \Delta_{U_{\text{ВХ2}\Pi}} +$$

$$+ \left| \frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВЫХ1}}} \right| \Delta_{U_{\text{ВЫХ1}\Pi}} + \left| \frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВЫХ2}}} \right| \Delta_{U_{\text{ВЫХ2}\Pi}};$$

$$\Delta_{U_{\text{ВХ1}\Pi}} = \Delta_{U_{\text{ВХ2}\Pi}} = \Delta_{U_{\text{ВЫХ1}\Pi}} = \Delta_{U_{\text{ВЫХ2}\Pi}} = 0,05 \text{ мВ};$$

$$\frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВХ1}}} = -K_U / (U_{\text{ВХ1}} - U_{\text{ВХ2}}) = -0,03000 \text{ мВ}^{-1};$$

$$\frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВХ2}}} = K_U / (U_{\text{ВХ1}} - U_{\text{ВХ2}}) = 0,03000 \text{ мВ}^{-1};$$

$$\frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВЫХ1}}} = K_U / (U_{\text{ВЫХ1}} - U_{\text{ВЫХ2}}) = 0,01000 \text{ мВ}^{-1};$$

$$\frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВЫХ2}}} = -K_U / (U_{\text{ВЫХ1}} - U_{\text{ВЫХ2}}) = -0,01000 \text{ мВ}^{-1};$$

$$\Delta_{\Pi} = 0,0040.$$

Відповідь 1: $(3,0000 \pm 0,0040)$; $P = 1$.

$P = 0,95$

$$\Delta_{\text{гр}}(P) = K_P \cdot \left\{ \left[\left(\frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВХ1}}} \right) \Delta_{U_{\text{ВХ1}\Pi}} \right]^2 + \right.$$

$$+ \left[\left(\frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВХ2}}} \right) \Delta_{U_{\text{ВХ2}\Pi}} \right]^2 +$$

$$+ \left[\left(\frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВЫХ1}}} \right) \Delta_{U_{\text{ВЫХ1}\Pi}} \right]^2 +$$

$$\left. + \left[\left(\frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{ВЫХ2}}} \right) \Delta_{U_{\text{ВЫХ2}\Pi}} \right]^2 \right\}^{0,5};$$

$$\Delta_{\text{гр}}(P) \approx 0,0025;$$

Відповідь 2: $(3,0000 \pm 0,0025)$; $P = 0,95$.

10. Завдання по темі «Вимірювання фізичних величин аналоговими і цифровими вимірювальними приладами» та методи їх вирішення

Завдання 10.1

Напругу на виході подільника напруги 220В / 10В виміряли з похибкою 5 мВ. Визначити абсолютну похибку на вході подільника напруги.

Метод вирішення завдання:

Функція перетворення подільника напруги є лінійною і проходить через початок координат:

$$U_{\text{ВИХ}} = K_{\Pi} U_{\text{ВХ}},$$

де K_{Π} – коефіцієнт перетворення подільника.

Він обернений до коефіцієнта ділення $K_{\text{д}} = 200\text{В}/10\text{в} = 20$. Тому маємо:

$$K_{\Pi} = 1 / K_{\text{д}} = 1/20 = 0,05.$$

Похибка на вході подільника напруги становить

$$\Delta_{\text{ВХ}} = \Delta_{\text{ВИХ}} / K_{\Pi} = 5\text{мВ}/0,05 = 0,5 \text{ В}.$$

Завдання 10.2

Прилад магнітоелектричної системи з номінальним струмом $I_{\text{пр}} = 1 \text{ мА}$ та шкалою $\alpha_{\text{пр}} = 100$ поділок має внутрішній опір $R_{\text{пр}} = 960 \text{ Ом}$. Як за допомогою цього приладу вимірювати напругу до $U = 50 \text{ В}$?

Метод вирішення завдання:

Необхідно встановити додатковий опір

$$R_x = \frac{U}{I_{np}} - R_{np} = \frac{50}{1 \cdot 10^{-3}} - 960 = 49\,040 \text{ Ом.}$$

Ціна поділки такого вольтметра

$$c_v = U/\alpha_{np} = 50/100 = 0,5 \text{ В/под.}$$

Завдання 10.3

Вольтметр розрахований на вимірювання напруг до $U_{ин} = 3 \text{ В}$. Власний опір приладу $R_v = 300 \text{ Ом}$. Кількість поділок шкали $N = 100$. Якою буде ціна поділки шкали приладу, якщо використовувати його як міліамперметр ?

Метод вирішення завдання:

Ціна поділки приладу як вольтметра

$$c_v = U_{ин}/N = 3/100 = 0,03 \text{ В/ под.}$$

Ціна поділки приладу як міліамперметра

$$c_A = I_{ин}/N = U_{ин}/(R_v N) = 3/(300 \cdot 100) = 0,0001 \text{ А/ под.} = 0,1 \text{ мА/ под.}$$

Завдання 10.4

Вольтметр ($k_v = 2,5$, шкала $0 \dots 150 \text{ В}$) із власним опором $R_v = (50,0 \pm 0,1) \text{ кОм}$, ввімкнутий через додатковий опір $R_x = (120,0 \pm 0,2) \text{ кОм}$ (рисунок 10.1), показує $U_v = 100 \text{ В}$. Визначити результат вимірювання джерела напруги U_0 .

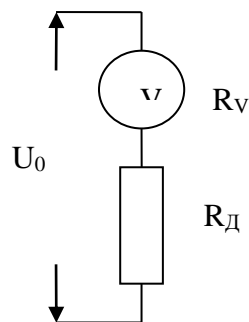


Рисунок 10.1

Метод вирішення завдання:

Інструментальна похибка вольтметра

$$\Delta_v = k_v U_{vн} / 100 = 2,5 \cdot 150 / 100 = 3,75 \text{ В.}$$

Струм крізь вольтметр при $U_v = 100 \text{ В}$

$$I_v = U_v / R_v = 100 / 50\,000 = 0,002 \text{ А.}$$

Напруга джерела струму

$$U_0 = I_V (R_V + R_x) = 0,002 (50\,000 + 120\,000) = 340 \text{ В.}$$

Похибка визначення I_V

$$\begin{aligned} \Delta_{I_V} &= I_V \sqrt{\left(\frac{\Delta_V}{U_V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{R_V}}{R_V}\right)^2} = 0,002 \sqrt{\left(\frac{3,75}{100}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{50}\right)^2} = \\ &= 0,00\,075\,106\,59 \approx 0,000\,075. \end{aligned}$$

Похибка визначення $R_V + R_x$

$$\Delta_+ = \sqrt{0,1^2 + 0,2^2} = 0,223\,606\,79 \approx 0,223\,6.$$

Похибка визначення U_0

$$\begin{aligned} \Delta_{U_0} &= U_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta_{I_V}}{I_V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_+}{R_V + R_x}\right)^2} = 340 \sqrt{\left(\frac{0,000\,075}{0,002}\right)^2 + \left(\frac{0,223\,6}{170}\right)^2} = \\ &= 12,757\,84 \approx 13 \text{ В.} \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання напруги:

$$U_0 = (340 \pm 13) \text{ В.}$$

Завдання 10.5

Прилад магнітоелектричної системи з номінальним струмом $I_{\text{пр}} = 1 \text{ мА}$ та шкалою $\alpha_{\text{пр}} = 100$ поділок має внутрішній опір $R_{\text{пр}} = 960 \text{ Ом}$. Як за допомогою цього приладу вимірювати напругу до $U = 50 \text{ В}$?

Метод вирішення завдання:

Необхідно встановити додатковий опір

$$R_x = \frac{U}{I_{\text{пр}}} - R_{\text{пр}} = \frac{50}{1 \cdot 10^{-3}} - 960 = 49\,040 \text{ Ом.}$$

Ціна поділки такого вольтметра

$$C_V = U / \alpha_{\text{пр}} = 50 / 100 = 0,5 \text{ В/под.}$$

Завдання 10.6

Який піддіапазон вимірів моста - (0...100) Ом, (0...1000) Ом, (0...10000) Ом, слід вибрати для найбільш точного виміру опору R , значення якого близьке до 50 Ом, якщо межа інструментальної складової відносної погрішності вимірів, що допускається $\delta_{\text{ин.п}} = [1,0 + (2,0 / R)] \%$, довжина шкали (число ділень) $a_k = 1000$, а свідчення при відліку округляються до цілого числа ділень?

Метод вирішення завдання:

$$\delta_{\Pi} = \delta_{\text{н.п}} + \delta_{\text{отс.п}};$$

$$\delta_{\text{н.п}} = [1,0 + (2,0 / 50)] \% \cong 1,0 \% \text{ (для усіх піддіапазонів);}$$

$$\delta_{\text{отс.п}} \cong \delta_{\text{кв.п}}; \quad \delta_{\text{кв.п}} = 50 \% \cdot q / R; \quad q = R_{\text{к}} / (n a_{\text{к}}); \quad n = 1;$$

$$\delta_{\text{отс.п}} (R_{\text{к}} = 100 \text{ Ом}) = 0,10 \%;$$

$$\delta_{\text{отс.п}} (R_{\text{к}} = 1000 \text{ Ом}) = 1,0 \%;$$

$$\delta_{\text{отс.п}} (R_{\text{к}} = 10000 \text{ Ом}) = 10 \%.$$

Завдання 10.7

Вимагається вибрати один з двох піддіапазонів вимірів магнітоелектричного вольтметра класу точності 1,0 - (0...15) В і (0...30) В, так щоб мінімізувати максимальну, без урахування знаку, погрішність виміру напруги, значення якої близьке до 10 В. Виміри проводяться за нормальних умов, погрішність відліку нехтується, вихідний опір джерела напруги $R_{\text{и}}$ не перевищує 20 Ом (варіант 1) або 200 Ом (варіант 2), струм повного відхилення для вказаних піддіапазонів виміру $I_{\text{п.о}} = 3 \text{ мА}$?

Метод вирішення завдання:

$$|\Delta|_{\text{max}} = \Delta_{\text{о.п}} + |\Delta_{\text{вз}}|_{\text{max}};$$

$$\Delta_{\text{о.п}} = 0,01 \gamma_{\text{о.п}} U_{\text{к}};$$

$$|\Delta_{\text{вз}}|_{\text{max}} = U R_{\text{и max}} / R_{\text{V}}; \quad R_{\text{V}} = U_{\text{к}} / I_{\text{п.о}};$$

$$1) U_{\text{к}} = 15 \text{ В}: |\Delta|_{\text{max}} = 0,19 \text{ В};$$

$$U_{\text{к}} = 30 \text{ В}: |\Delta|_{\text{max}} = 0,32 \text{ В};$$

$$2) U_{\text{к}} = 15 \text{ В}: |\Delta|_{\text{max}} = 0,55 \text{ В};$$

$$U_{\text{к}} = 30 \text{ В}: |\Delta|_{\text{max}} = 0,50 \text{ В}.$$

Завдання 10.8

Номинальна функція перетворення цифроаналогового перетворювача (ЦАП) має наступний вигляд: $I_{\text{ном}} = 4 \text{ мА} + 16 \text{ мА} (N / N_{\text{max}})$, де N - код на вході ЦАП, $N_{\text{max}} = 2^m - 1$, $m = 16$ - число двійкових розрядів вхідного коду ЦАП. Нормуюче значення для входу - $N_N = N_{\text{max}}$, для виходу - $I_N = 20 \text{ мА}$. Після подання на вхід ЦАП коду $N = 2^{14}$ визначено дійсне значення вихідного струму $I_{\text{д}} = 8,002 \text{ мА}$. Розрахуйте $\Delta_{\text{вх}}$, $\delta_{\text{вх}}$, $\gamma_{\text{вх}}$, $\Delta_{\text{вих}}$, $\delta_{\text{вих}}$, $\gamma_{\text{вих}}$.

Метод вирішення завдання:

$$\Delta_{\text{вих}} = I_{\text{д}} - I_{\text{ном}} = 8,002 \text{ мА} - [4 \text{ мА} + 16 \text{ мА} \cdot 2^{14} / (2^{16} - 1)];$$

$$\Delta_{\text{вих}} = 0,00194 \text{ мА} \approx 0,0019 \text{ мА};$$

$$\delta_{\text{вих}} = \Delta_{\text{вих}} 100 \% / I_{\text{ном}} = 0,024 \%;$$

$$\gamma_{\text{вих}} = \Delta_{\text{вих}} 100 \% / I_N = 0,0097 \%;$$

$$\Delta_{\text{вх}} = N_{\text{р}} - N, \text{ где } N_{\text{р}} \text{ — розрахункове значення коду};$$

$$N_{\text{р}} = (I_{\text{д}} - 4 \text{ мА}) N_{\text{max}} / 16 \text{ мА} = 16392;$$

$$\Delta_{\text{ВХ}} = 8;$$

$$\delta_{\text{ВХ}} = \Delta_{\text{ВХ}} 100 \% / N = 0,049 \%;$$

$$\gamma_{\text{ВХ}} = \Delta_{\text{ВХ}} 100 \% / N_N = 0,012 \%$$

Завдання 10.9

До виходу джерела напруги підключений вольтметр, показання якого $U = 10,00$ В. Вимір виконується при температурі довкілля $T = 25$ °С. Характеристики джерела напруги : форма напруги - синусоїдальна, частота $f = 1500$ Гц, вихідний опір сопроотивление $R_{\text{и}} \leq 1$ Ом . Характеристики вольтметра : клас точності 0,2; діапазон свідчень - (0...15) В; нормальна область значень температури - (20 ± 2) °С; робоча область значень температури - (10...35) °С; нормальна область значень частоти - (45...1000) Гц; робоча область значень частоти - (20...2000) Гц; $R_V = 200$ Ом; C_V не нормується (тобто вхідний опір вольтметра в діапазоні робочих частот можна вважати чисто активним). Вважаючи, що погрішність відліку нехтують, представити результат виміру у вигляді двох довірчих інтервалів для довірчої вірогідності, рівної 1 і 0,95.

Метод вирішення завдання:

$$\underline{P = 1}$$

$$\Delta_{\text{п}} = \Delta_{\text{ВЗ.п}} + \Delta_{\text{о.п}} + \Delta_{\text{т.п}} + \Delta_{\text{f.п}};$$

$$\Delta_{\text{ВЗ}} = -U (R_{\text{и}} / R_V);$$

$$\Delta_{\text{ВЗ.н}} = -U (R_{\text{и max}} / R_V) = -0,05 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{ВЗ.в}} = -U (R_{\text{и min}} / R_V) = 0 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{ВЗ.п}} = (\Delta_{\text{ВЗ.в}} - \Delta_{\text{ВЗ.н}}) / 2 = 0,025 \text{ В};$$

$$\eta = -(\Delta_{\text{ВЗ.в}} + \Delta_{\text{ВЗ.н}}) / 2 = 0,025 \text{ В};$$

$$U' = U + \eta = 10,025 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{о.п}} = \gamma_{\text{о.п}} (U_N / 100 \%) = 0,03 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{т.п}} = (\Delta_{\text{о.п}} / 10 \text{ °С}) |T - T_{\text{н}}| = 0,015 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{f.п}} = \Delta_{\text{о.п}} = 0,03 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{п}} = 0,100 \text{ В}.$$

Відповідь 1: $(10,03 \pm 0,10)$ В; $P=1$.

$$\underline{P = 0,95}$$

$$\Delta_{\text{гр}}(P) = K_P \sqrt{\Delta_{\text{ВЗ.п}}^2 + \Delta_{\text{о.п}}^2 + \Delta_{\text{т.п}}^2 + \Delta_{\text{f.п}}^2} = 0,0566 \text{ В}.$$

Відповідь 2: $(10,025 \pm 0,057)$ В; $P = 0,95$.

Завдання 10.10

До виходу джерела постійного струму з внутрішнім опором $R_{\text{и}} = 5$ Ом підключений амперметр, показання якого $a = 50,5$ діл. (відлік виконаний з округленням до 1/2 діл.). Вимір виконується при температурі довкілля $T = 10$ °С. Характеристики амперметра : клас точності 0,5; діапазон вимірювань -

(0...2) А; шкала містить 100 ділень; нормальна область значень температури - $(20 \pm 5) \text{ }^\circ\text{C}$; робоча область значень температури - $(10...35) \text{ }^\circ\text{C}$; $R_A = (0,100 \pm 0,050) \text{ Ом}$.

Представити результат виміру у вигляді двох довірчих інтервалів для довірчої вірогідності, рівної 1 і 0,99.

Метод вирішення завдання:

$$\underline{P = 1}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\Pi} &= \Delta_{\text{ВЗ.П}} + \Delta_{\text{О.П}} + \Delta_{\text{Т.П}} + \Delta_{\text{ОТС.П}}; \\ c_I &= I_K / a_K = 0,02 \text{ А/дел.}; \\ I &= c_I a = 1,010 \text{ А}; \\ \Delta_{\text{ВЗ}} &= -I (R_A / R_{\text{н}}); \\ \Delta_{\text{ВЗ.Н}} &= -I (R_{A \text{ max}} / R_{\text{н}}) = -0,0303 \text{ А}; \\ \Delta_{\text{ВЗ.В}} &= -I (R_{A \text{ min}} / R_{\text{н}}) = -0,0101 \text{ А}; \\ \Delta_{\text{ВЗ.П}} &= (\Delta_{\text{ВЗ.В}} - \Delta_{\text{ВЗ.Н}}) / 2 = 0,0101 \text{ А}; \\ \eta &= -(\Delta_{\text{ВЗ.В}} + \Delta_{\text{ВЗ.Н}}) / 2 = 0,0202 \text{ А}; \\ I' &= I + \eta = 1,0302 \text{ А}; \\ \Delta_{\text{О.П}} &= \gamma_{\text{О.П}} (I_N / 100 \%) = 0,01 \text{ А}; \\ \Delta_{\text{Т.П}} &= (\Delta_{\text{О.П}} / 10 \text{ }^\circ\text{C}) |T - T_{\text{н}}| = 0,01 \text{ А}; \\ \Delta_{\text{ОТС.П}} &= 0,5 q = 0,5 \cdot 0,5 \cdot c_I = 0,005 \text{ А}; \\ \Delta_{\Pi} &= 0,0351 \text{ А}. \end{aligned}$$

Відповідь 1: $(1,030 \pm 0,035) \text{ А}; P = 1.$

$$\underline{P = 0,99}$$

$$\Delta_{\text{Гр}}(P) = K_P \sqrt{\Delta_{\text{ВЗ.П}}^2 + \Delta_{\text{О.П}}^2 + \Delta_{\text{Т.П}}^2 + \Delta_{\text{ОТС.П}}^2} = 0,0253 \text{ А}.$$

Відповідь 2: $(1,030 \pm 0,025) \text{ А}; P = 0,99.$

Завдання 10.11

До виходу джерела синусоїдальної напруги з внутрішнім опором $R_{\text{н}} = 5 \text{ кОм}$ підключений вольтметр, свідчення якого $U = 5,00 \text{ В}$. Вимір виконується за нормальних умов. Характеристики вольтметра : клас точності 0,5; діапазон вимірювання $(0...10) \text{ В}$; $R_V \geq 1 \text{ МОм}$; $x_{C,V} \geq 50 \text{ кОм}$.

Вважаючи, що погрішність відліку нехтується, представити результат виміру у вигляді довірчого інтервалу для довірчої вірогідності, рівної 1.

Метод вирішення завдання:

$$\underline{P = 1}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\Pi} &= \Delta_{\text{ВЗ.П}} + \Delta_{\text{О.П}}; \\ \Delta_{\text{ВЗ}} &= -U [R_{\text{н}} / R_V + 0,5 (R_{\text{н}} / x_{C,V})^2]; \\ \Delta_{\text{ВЗ.Н}} &= -U [R_{\text{н}} / R_{V \text{ min}} + 0,5 (R_{\text{н}} / x_{C,V \text{ min}})^2] = -0,05 \text{ В}; \\ \Delta_{\text{ВЗ.В}} &= 0 \text{ В}; \\ \Delta_{\text{ВЗ.П}} &= (\Delta_{\text{ВЗ.В}} - \Delta_{\text{ВЗ.Н}}) / 2 = 0,025 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\eta = -(\Delta_{ВЗ.В} + \Delta_{ВЗ.Н}) / 2 = 0,025 \text{ В};$$

$$U' = U + \eta = 5,025 \text{ В};$$

$$\Delta_{о.п} = \gamma_{о.п} (U_N / 100 \%) = 0,05 \text{ В};$$

$$\Delta_{п} = 0,075 \text{ В}.$$

Відповідь: $(5,025 \pm 0,075) \text{ В}; P = 1.$

Завдання 10.12

До виходу джерела постійної напруги з внутрішнім опором $R_{и} = (100 \pm 10) \text{ кОм}$ підключений цифровий вольтметр, свідчення якого $U = -1,5371 \text{ В}$. Вимір виконується при температурі довкілля $T = 35 \text{ }^\circ\text{C}$.

Характеристики вольтметра : клас точності $0,1/0,05$; діапазон свідчень $(0 \dots -2) \text{ В}$; нормальна область значень температури $(20 \pm 2) \text{ }^\circ\text{C}$; робоча область значень температури $(0 \dots 40) \text{ }^\circ\text{C}$; $K_{ВЛ.Т} = \Delta_{о.п} / 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $R_V = (10,0 \pm 0,5) \text{ МОм}$.

Представити результат виміру у вигляді двох довірчих інтервалів для довірчої вірогідності, рівної 1 і 0,9.

Метод вирішення завдання:

$$\underline{P = 1}$$

$$\Delta_{п} = \Delta_{ВЗ.п} + \Delta_{о.п} + \Delta_{Т.п};$$

$$\Delta_{ВЗ} = -U (R_{и} / R_V);$$

$$\Delta_{ВЗ.В} = -U (R_{и \text{ max}} / R_{V \text{ max}}) = 0,017798 \text{ В} (> 0, \text{ так как } U < 0);$$

$$\Delta_{ВЗ.Н} = -U (R_{и \text{ min}} / R_{V \text{ max}}) = 0,013175 \text{ В} (> 0, \text{ так как } U < 0);$$

$$\Delta_{ВЗ.п} = (\Delta_{ВЗ.В} - \Delta_{ВЗ.Н}) / 2 = 0,0023115 \text{ В};$$

$$\eta = -(\Delta_{ВЗ.В} + \Delta_{ВЗ.Н}) / 2 = -0,0154865 \text{ В};$$

$$U' = U + \eta = -1,5525865 \text{ В};$$

$$\delta_{о.п} = 0,1 \% + 0,05 \% [|-2 \text{ В} / -1,5371 \text{ В} | - 1] = 0,115 \% ;$$

$$\Delta_{о.п} = \delta_{о.п} |U| / 100 \% = 0,0017685 \text{ В};$$

$$\Delta_{Т.п} = (\Delta_{о.п} / 20 \text{ }^\circ\text{C}) |T - T_{н}| = 0,0013263 \text{ В};$$

$$\Delta_{п} = 0,0054063 \text{ В}.$$

Відповідь 1: $(-1,5526 \pm 0,0054) \text{ В}; P = 1.$

$$\underline{P = 0,9}$$

$$\Delta_{Гр}(P) = K_P \sqrt{\Delta_{ВЗ.п}^2 + \Delta_{о.п}^2 + \Delta_{Т.п}^2} = 0,0030383 \text{ В}.$$

Відповідь 2: $(-1,5526 \pm 0,0030) \text{ В}; P = 0,95.$

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Базова

1. Дорожовець М. Основи метрології та вимірювальної техніки: Підручник: У 2т./ М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник, В. Василюк, Р. Борек, А. Ковальчик; За ред. Б. Стадника.- Львів: Видавництво Найіонального університету «Львівська політехніка», 2005.- Т.1 Основи метрології.- 532с.
2. Дорожовець М. Основи метрології та вимірювальної техніки: Підручник: У 2т./ М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник, В. Василюк, Р. Борек, А. Ковальчик; За ред. Б. Стадника.- Львів: Видавництво Найіонального університету «Львівська політехніка», 2005.- Т.2 Вимірювальна техніка.- 656с. 3. Головка Д.Б. Основи метрології та вимірювань / Д.Б. Головка, К.Г. Рего , Ю.О. Скрипник.- К.: Либідь, 2001.- 408с.
3. Электрические измерения: Учеб. для вузов / Под ред. А.В.Фремке, Е.М.Душина. - Л.: Энергия, 1980. - 302 с.
4. Электрические измерения: Учеб. пособие для вузов /Под ред. В.Н.Малиновского. - М.: Энергоатомиздат, 1985. - 416 с.
5. Кушнир Ф.В. Электрорадиоизмерения: Учеб. пособие для вузов. -Л.: Энергоатомиздат, 1983. - 320 с.
6. Винокуров В.И., Каплин С.И., Петелин И.Г. Электрорадиоизмерения: Учеб. пособие для радиотехнич. спец. вузов /Под ред. В.И.Винокурова. - М.; Высш. шк., 1986. - 351 с.

Допоміжна

1. Ким К.К. Метрология, стандартизация, сертификация и электроизмерительная техника.: Учебное пособие / К.К. Ким, Г.Н. Анисимов, В.Ю. Барбарович, Б.Я. Литвинов.- СПб: Питер, 2008.- 368с.
2. Спектор С.А. Электрические измерения физических величин: Методы измерений: Учебное пособие для вузов/ С.А. Спектор.- Л.: Энергоатом издат, 1987.-243с.
3. Атамальян Э.Г. Приборы и методы измерения электрических величин /Э.Г.Атамальян.- М: Высш. шк., 1982.- 233с.
4. Алиев Т.М. Измерительная техника / Т.М. Алиев, А.Л. Тер-Хачатуров.- М: Высш. шк., 1991.- 230с.
5. Евтихеев Н.Н. Измерение электрических и неэлектрических величин / Н.Н. Евтихеев.- М: Энергоатомиздат, 1990.-189с.
6. Атамальян Э.Г. Приборы и методы измерения электрических величин; Учеб.пособие. - М.: Высш. шк'., 1982. - 223 с.
7. Орнатский П.П. Автоматические измерения и приборы /аналоговые и цифровые/. - Киев: Вища шк., 1986. - 504 с.
8. Мамонов П.Н. Сборник задач по электрическим измерениям. -Л.: Судостроение, 1966. - 107 с.

9. Демидова-Панферова Р.М., Малиновский В.Н., Солодов Ю.С.
Задачи и примеры расчетов по электроизмерительной технике:
Учеб. пособие для вузов. - М.: Энергия, 1977. - 176 с.